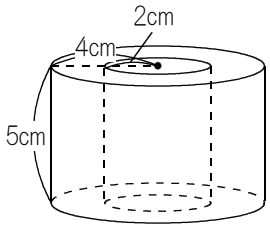
演習問題集6年上第16回・くわしい解説

目次

ステップ①	1	……	p.2
ステップ①	2	……	p.3
ステップ①	3	……	p.4
ステップ①	4	……	p.5
ステップ①	5	……	p.6
ステップ①	6	……	p.7
ステップ①	7	……	p.8
ステップ①	8	……	p.9
ステップ①	9	……	p.10
ステップ②	1	……	p.12
ステップ②	2	……	p.14
ステップ②	3	……	p.16
ステップ②	4	……	p.19
ステップ③	1	……	p.21
ステップ③	2	……	p.23

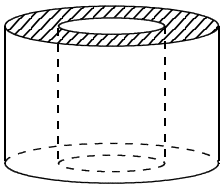
すぐる学習会
https://www.suguru.jp

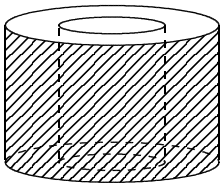
ステップ① 1



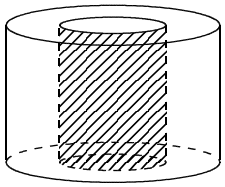
長方形を１回転させると，右の図のような「円柱－円柱」ができます。

(1)　体積
＝底面積×高さ
＝(大円の面積－小円の面積)×高さ
＝(4×4×3.14－2×2×3.14)×5
＝(4×4－2×2)×3.14×5
＝12×3.14×5
＝60×3.14
＝188.4 (cm^3)

(2)  の面積は，4×4×3.14－2×2×3.14＝(4×4－2×2)×3.14＝12×3.14 です。下にも同じものがあるので，12×3.14×2＝24×3.14 です。

 の面積は，切って広げると長方形になり，長方形のたては５cmで，横は円周ですから 4×2×3.14 です。

よって面積は，
たて×横＝5×(4×2×3.14)＝(5×4×2)×3.14＝40×3.14 です。

内側にも面があります。  です。切って広げると長方形になり，長方形のたては５cmで，横は円周ですから 2×2×3.14 です。

よって面積は，たて×横＝5×(2×2×3.14)＝(5×2×2)×3.14＝20×3.14 です。

底面積２つぶんは 24×3.14，外側の表面積は 40×3.14，内側の表面積は 20×3.14 ですから，24×3.14 ＋ 40×3.14 ＋ 20×3.14＝(24＋40＋20)×3.14＝84×3.14＝263.76 (cm^2)です。

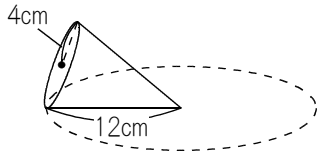
注意　内側の表面積を，(体積と思ってしまって)引き算をしてしまうミスが多いです。注意しましょう。

ステップ① 2

このような問題は，「母線÷底面の半径」で求められます。

この問題の場合は，母線が12㎝で底面の半径が４㎝ですから，12÷4＝3(回転)になります。

なぜ，「母線÷底面の半径」で答えが求められるのかを以下に説明します。



円すいの底面の円が通るのは，右の図の点線部分です。

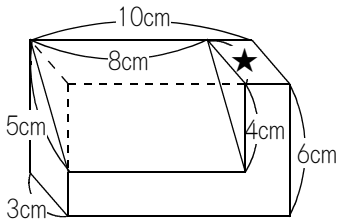
点線部分の長さは，(12×2×3.14)㎝です。

円すいの底面の円が１周すると，円周＝4×2×3.14(㎝)だけ点線部分をなぞります。

よって回転数は，$(12\times2\times3.14)\div(4\times2\times3.14)=\dfrac{12\times2\times3.14}{4\times2\times3.14}=\dfrac{12}{4}=3$(回転)になります。

ステップ① 3

(1)　体積は，全体の直方体から，点線部分の三角柱を引けば求められます。

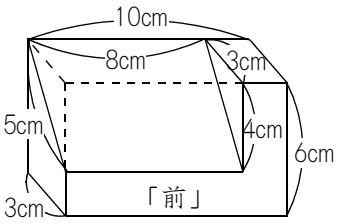


直方体は，たて３cm，横10 cm，高さ６cmですから，体積は，3×10×6＝ 180 (cm³)です。

右の図の★の長さは３cmですから，点線部分の三角柱は，(3×4÷2)×8＝ 48 (cm³)です。

よってこの立体の体積は，180－48＝ 132 (cm³)です。

(2)　右の図の「前」と書いてある面が，前から見える面ということにします。



前の面は， は 6×10－4×8＝ 28 (cm²)です。…(ア)

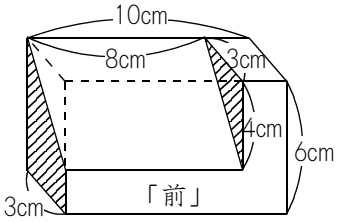
ななめになっている面は，5×8＝ 40 (cm²)です。…(イ)

後ろの面は，6×10＝ 60 (cm²)です。…(ウ)

上の面は，3×(10－8)＝ 6 (cm²)です。…(エ)

下の面は，3×10＝ 30 (cm²)です。…(オ)

右の面は，6×3＝ 18 (cm²)です。…(カ)



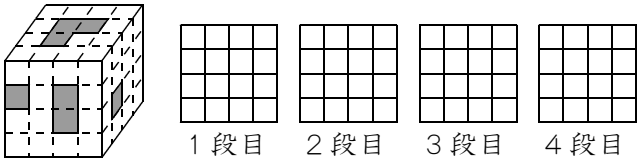
左の面は，図の斜線部分を合わせて長方形となり，6×3＝ 18 (cm²)です。…(キ)

全部合わせて，28＋40＋60＋6＋30＋18＋18＝ 200 (cm²)です。

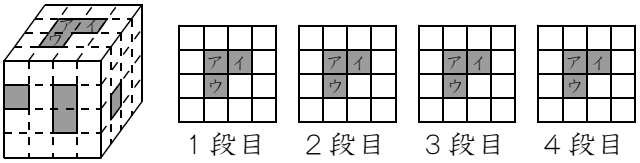
ア　イ　ウ　エ　オ　カ　キ

ステップ① 4

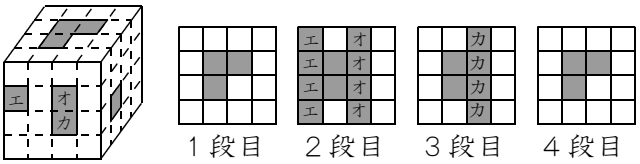
右の図のように，段ごとにスライスした図を書いておきます。



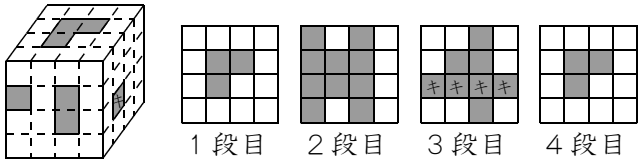
上からア，イ，ウと穴をあけたとき，スライスした図に穴があきます。



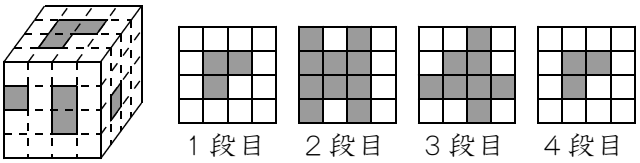
前からエ，オ，カと穴をあけたとき，2段目にエ，オ，3段目にカの穴があきます。



右からキの穴をあけたとき，3段目にキの穴があきます。



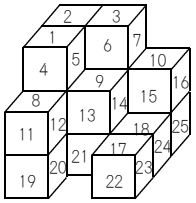
全部で 4×4×4＝64(個)の小立方体のうち，1段目は3個，2段目は10個，3段目は8個，4段目は3個の穴があきました。



残りの個数は，64－(3＋10＋8＋3)＝40(個)で，1個の体積は1 cm^3ですから，答えも40 cm^3です。

ステップ① 5

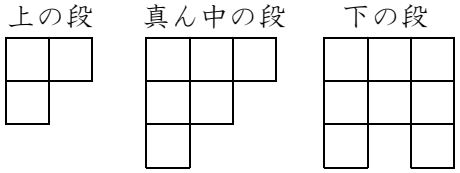
(1)　右の図のように見えている面をかぞえていくと，全部で25面あります。



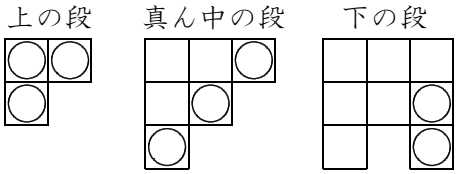
見えている面の反対側に必ず面がありますから，全部で，
25×2＝50(面)あります。

１つの面の面積は１×１＝１(cm²)で50面ありますから，表面積は50 cm²です。

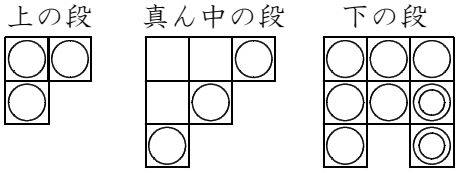
(2)　上の段からスライスすると，右の図のようになります。



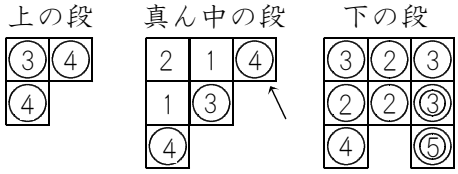
上から見て赤くぬられた面に○をつけます。



下から見て赤くぬられた面にも○をつけます。



それぞれの積み木について，赤くぬられた面の数を書いていきます。



たとえば右の図の矢印をつけた積み木の場合なら， の部分がぬられたので３面(太線の面は他の積み木とくっついているので赤くない)，○が書いてあるのでさらに１面がぬられてるので，合計４面です。

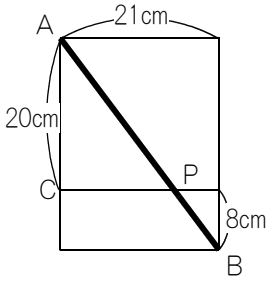
３面がぬられているのは，上の段が１個，真ん中の段が１個，下の段が３個ですから，合計5個です。

ステップ① 6

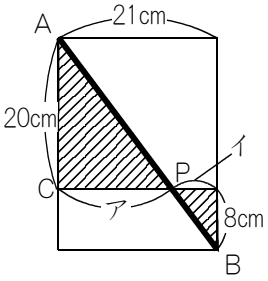
(1)　糸ピン問題＝展開図を書く　です。

展開図は，直方体の６面を全部書かなくてもよく，糸が通った面だけ書けばＯＫです。

糸が通った２面の展開図を書くと，右の図のようになります。



右の図の斜線部分はクロス形になっています。



20：8＝5：2ですから，ア：イも5：2です。

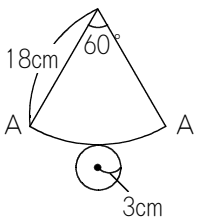
よってアであるＣＰの長さは，21÷(5＋2)×5＝15(cm)です。

(2)　糸ピン問題＝展開図を書く　です。

円すいの側面はおうぎ形です。

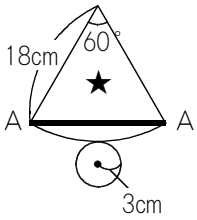
$\frac{\text{底面の半径}}{\text{母線}} = \frac{3}{18} = \frac{1}{6}$ ですから，側面のおうぎ形の中心角は，$360 \times \frac{1}{6} = 60$(度)です。

よって，円すいの展開図は右の図のようになり，糸をＡからＡまでピンと張ったので，



糸はＡからＡまでの直線になります。

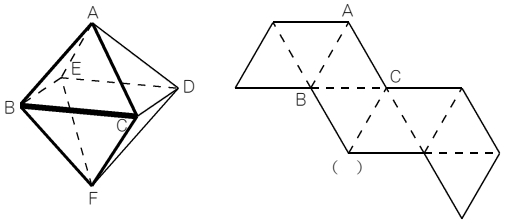
右の図の★の三角形は正三角形ですから，糸の長さは18cmになります。



ステップ① 7

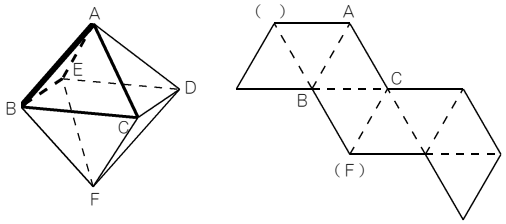
辺ＢＣを持っている三角形は，
三角形ＡＢＣと三角形ＢＦＣです。

よって右の展開図の(　)は点Ｆです。

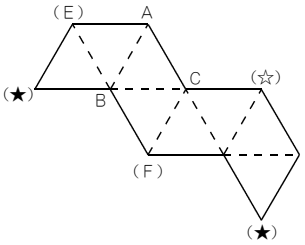


辺ＡＢを持っている三角形は，
三角形ＡＢＣと三角形ＥＡＢです。

よって右の展開図の(　)は点Ｅです。

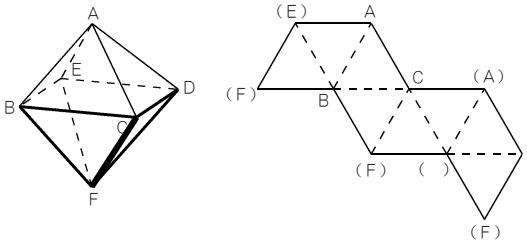


また，展開図を組み立てようとすると，右の図の★は点Ｆとくっつくことがわかり，☆は点Ａとくっつくことがわかります。



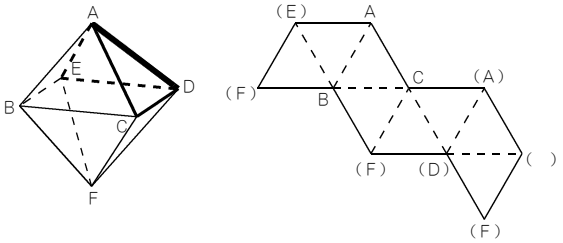
辺ＣＦを持っている三角形は，
三角形ＦＣＢと三角形ＣＦＤです。

よって右の展開図の(　)は点Ｄです。

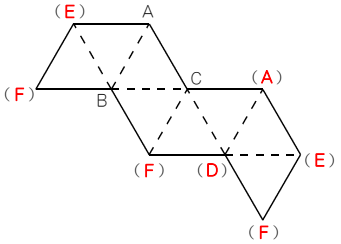


辺ＡＤを持っている三角形は，
三角形ＡＣＤと三角形ＥＤＡです。

よって右の展開図の(　)は点Ｅです。

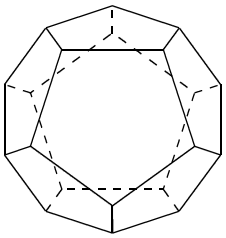


これで，すべての頂点がわかりました。



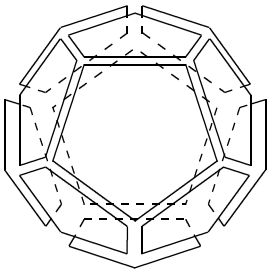
ステップ① 8

１つの正五角形に，辺は５本あります。

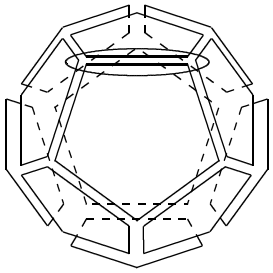


正五角形が12個あるので，辺の合計は 5×12＝60(本)になりそうですが，答えは60本ではありません。

右の図のように正五角形12個がすべて離れていたら，辺の本数は60本になりますが，実際は，

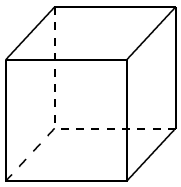


右の図の２本の太線がくっついて１本になるように，どの辺もくっつくので，60÷2＝30(本)になります。



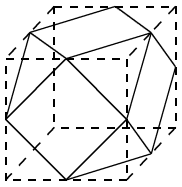
ステップ① 9

(1)　切り落とす前は立方体です。

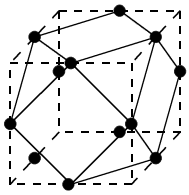


立方体の頂点は８個，辺は 12 本，面は６個です。

すべての頂点を切り落とすと，右の図のような立体になります。



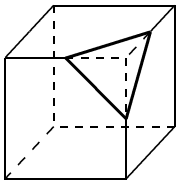
【頂点】
立方体の頂点はすべて無くなってしまいました。



いま，頂点があるところは，立方体の辺があったところの真ん中です。

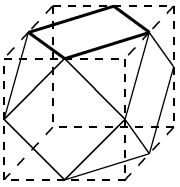
立方体には辺は 12 本ありましたから，この立体の頂点も 12 個あります。

【辺】
立方体の辺はすべて無くなってしまいました。



１回切り落とすごとに３本ずつ新しい辺ができていって，(立方体には頂点が８個あったので)８回切り落としたのですから，3×8＝ 24(本)の辺ができます。

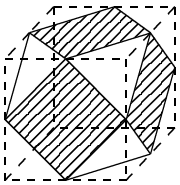
別解　立方体の上の面に，４本の新しい辺ができました。
立方体の６面すべてに，４本ずつ新しい辺ができたのですから，全部で 4×6＝ 24(本)の辺ができました。



(次のページへ)

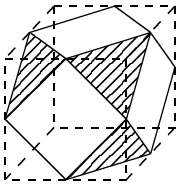
【面】

立方体の面は無くなってはいません。



小さくはなりましたが，６面すべて残っています。

(立方体には頂点が８個あったので)８回切り落として，新しく８面ができました。



合計，６＋８＝ 14(面)あります。

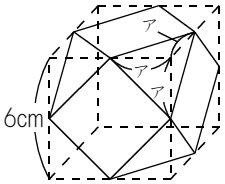
参考　「オイラーの多面体定理」という，有名な定理があります。

頂点＋面－辺＝２

立方体の場合，頂点は８個，面は６個，辺は 12 本ですから，８＋６－12＝２にちゃんとなっています。

この立体の場合，頂点は 12 個，面は 14 個，辺は 24 本ですから，12＋14－24＝２にちゃんとなっています。

(2)　もとの立方体の体積は，６×６×６＝ 216(cm³)です。

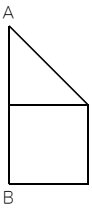


右の図のアはどれも３cmですから，切り落とした三角すいの体積は，$3\times3\div2\times3\times\frac{1}{3}=4.5$(cm³)です。

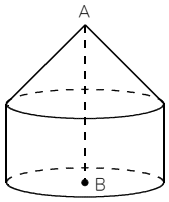
８回切り落としたので，4.5×８＝ 36(cm³)減って，216－36＝ 180(cm³)になります。

ステップ② 1 (1)

直線ＡＢを軸として回転すると，



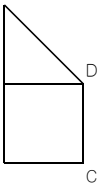
右の図のような，上は円すい，下は円柱になります。



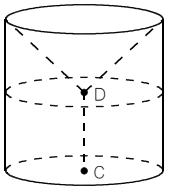
円すい，円柱とも，底面が同じで高さも同じなので，
円柱の体積を１とすると，円すいの体積は $1\times\frac{1}{3}=\frac{1}{3}$ になります。

よって，この回転体の体積は，$1+\frac{1}{3}=1\frac{1}{3}$ になります。

直線ＤＣを軸として回転すると，



右の図のような，円柱2つぶんから，円すいを切り取った
立体になります。



円柱１個の体積を１とすると，円すいの体積は $1\times\frac{1}{3}=\frac{1}{3}$ になります。

よって，この回転体の体積は，$2-\frac{1}{3}=1\frac{2}{3}$ になります。

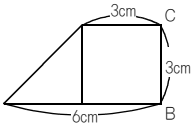
直線ＡＢを軸として回転した立体の体積は $1\frac{1}{3}$ で，

直線ＤＣを軸として回転した立体の体積は $1\frac{2}{3}$ ですから，

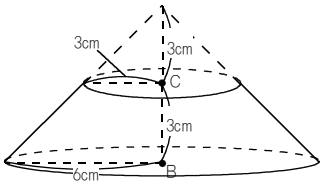
体積の比は，$1\frac{1}{3}:1\frac{2}{3}=\frac{4}{3}:\frac{5}{3}=4:5$ です。

ステップ② 1 (2)

直線ＢＣを軸として回転すると，



右の図のような，円すいから円すいを引いた立体になります。



その体積は，

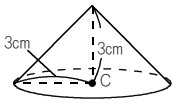
$6\times6\times3.14\times(3+3)\times\frac{1}{3}-3\times3\times3.14\times3\times\frac{1}{3}$

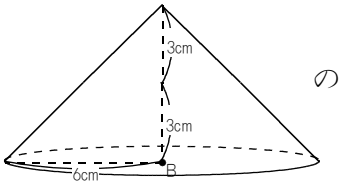
$=(6\times6\times6-3\times3\times3)\times3.14\times\frac{1}{3}$

$=189\times3.14\times\frac{1}{3}$

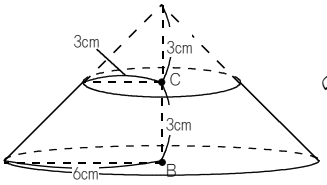
$=63\times3.14$

$=197.82\,(\mathrm{cm}^3)$

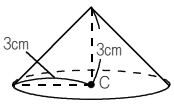
別解 

の体積を１とすると， 

の体積は，$2\times2\times2=8$ にあたります。

よって 

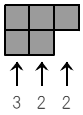
の体積は $8-1=7$ にあたるので，



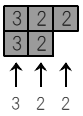
$\times7=(3\times3\times3.14\times3\times\frac{1}{3})\times7=63\times3.14=197.82\,(\mathrm{cm}^3)$

ステップ② 2

(1)　正面から見ると， のように３個，２個，２個が積み重なっているので，

真上から見た図に， 

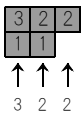
のように書きこみます。

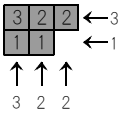
体積が最大となるのは， 

となったときで，全部で 3＋2＋2＋3＋2＝12(個)です。

１個の体積は１cm³ですから，答えは 12 cm³です。

(2)　表面積が最小になるためには，なるべく個数を少なくして，しかもくぼんでいるところのないようにします。(くぼんでいたら，前後左右上下のどこからも見えない「かくれ面」の面積ぶん，表面積が大きくなってしまいます。)

よって， 

とするのがよく，このとき右から見た状態も書くと 

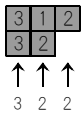
と

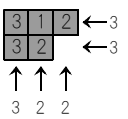
なります。

正面から見ると なので７面，上から見ると なので５面，右横から見ると の４面が見えますから，後ろ・下・左横も合わせて，(7＋5＋4)×2＝32(面)が見えることになり，１つの面の面積は１cm²ですから，答えは 32 cm²です。

(次のページへ)

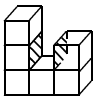
(3)　表面積が最大になるためには，なるべく個数を多くして，しかもくぼんでいるところのあるようにします。(くぼんでいた方が，前後左右上下のどこからも見えない「かくれ面」の面積ぶん，表面積が大きくなります。)

よって， 

とするのがよく，このとき右から見た状態も書くと 

となります。

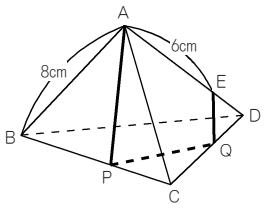
正面から見ると なので７面，上から見ると なので５面，右横から見ると の６面が見えますから，後ろ・下・左横も合わせて，(7＋5＋6)×2＝36(面)が見えることになります。

他に，「かくれ面」があります。 を立体的に書くと  となり，斜線をつけた２面は前後左右上下のどこから見ても見えない「かくれ面」です。

「かくれ面」も合わせると，36＋2＝38(面)になり，１つの面の面積は１cm^2ですから，答えも 38 cm^2です。

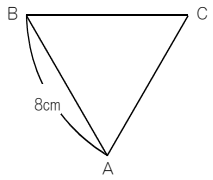
ステップ② 3 (1)

糸ピン問題＝展開図を書く　です。

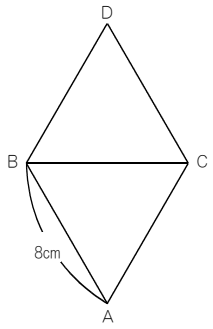


展開図は，すべての面を書かなくてもよく，糸が通った面だけ書けばＯＫです。

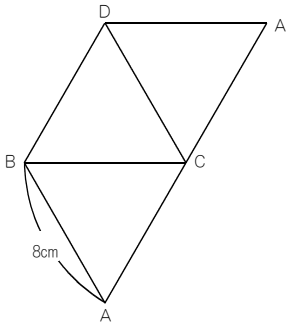
糸はまず三角形ＡＢＣを通り，



次に三角形ＢＣＤを通り，

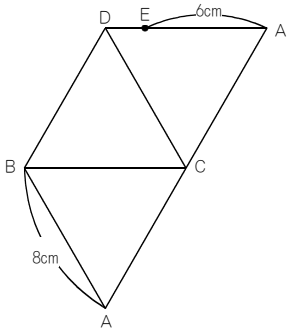


最後に三角形ＣＤＡを通っています。



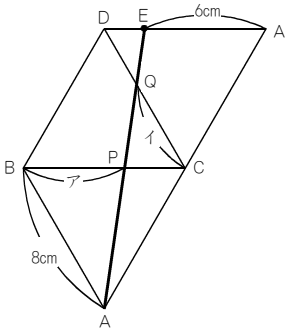
糸が通ったのは，スタートは三角形ＡＢＣの頂点Ａ，ゴールは三角形ＣＤＡの頂点Ｅです。

頂点Ｅは，ＡＤ上のＡから６cmのところです。



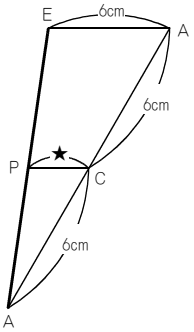
（次のページへ）

よって，糸は右の図のように通っていきます。



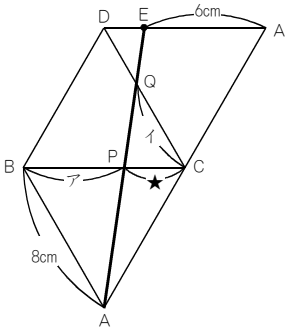
求めたいのはＢＰ，ＣＱの長さですから，右の図のアとイです。

右の図が「ピラミッド形」であることに注意しましょう。

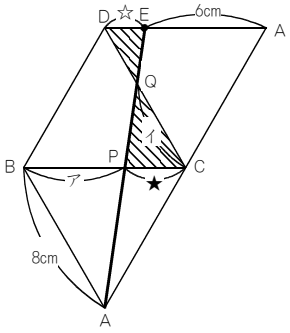


★の長さは６cmの半分になり，6÷2＝3(cm)です。

右の図の★の長さが３cmなので，アは 8－3＝5(cm)です。



イは，右の図の斜線部分が「クロス形」であることを利用します。



☆は 8－6＝2(cm)なので，☆：★＝2：3となり，

ＣＤは８cmですから，イ＝8÷(2＋3)×3＝4.8(cm)です。

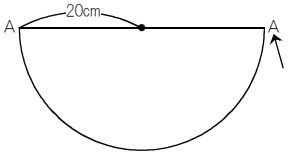
ＢＰは5cm，ＣＱは4.8cmであることがわかりました。

ステップ② 3 (2)

(2)　**糸ピン問題＝展開図を書く**　です。

円すいの側面はおうぎ形です。底面の円の半径は，20÷2＝10(cm)です。

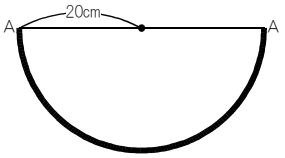
$\frac{\text{底面の半径}}{\text{母線}} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$ ですから，側面のおうぎ形の中心角は，$360 \times \frac{1}{2} = 180$(度)です。



よって，円すいの側面は半円になります。

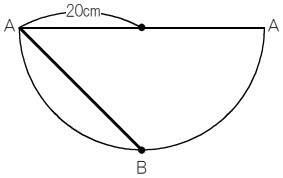
右の図の矢印をつけた点は，左の頂点Ａとくっつくので，やはり頂点Ａです。頂点Ｂではないことに注意しましょう。

では，頂点Ｂはどこにあるのでしょう。



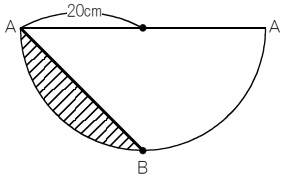
右の図の太線はおうぎ形の弧ですが，この部分が底面の円の円周とくっついています。

頂点Ｂは頂点Ａの反対にあるのですから，
右の図のところに頂点Ｂがあります。

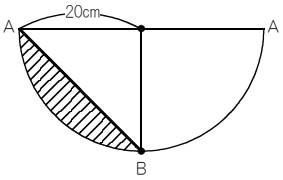


糸は頂点Ａから頂点Ｂまでピンと張るのですから右の図のようになり，

糸より下の部分は，右の図の斜線部分です。



斜線部分の面積は，四分円から直角二等辺三角形を引いて求めます。

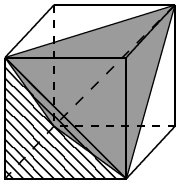


$20 \times 20 \times 3.14 \div 4 - 20 \times 20 \div 2$
$= 314 - 200$
$= 114$ (cm^2)です。

ステップ② 4 (1)

立方体の１辺を６cmにすると，計算しやすいです。

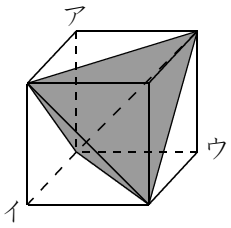
立方体の体積は，6×6×6＝216(cm³)です。



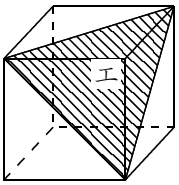
立方体から，右の図の斜線部分のような三角すいを切り取ります。

三角すいを何個切り取るでしょう。

三角すいを，「４個」切り取るのです。「３個」ではありません。



右の図のア，イ，ウの部分を切り取るのはわかると思いますが，もう１個，



右の図のエの部分も切り取ることを忘れやすいです。

注意しましょう。

切り取る三角すいの体積は，$6\times6\div2\times6\times\frac{1}{3}=36$(cm³)です。

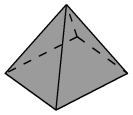
４個切り取るので，36×4＝144(cm³)減って，216－144＝72(cm³)が残ります。

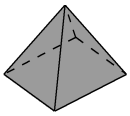
この立体の体積は72 cm³で，立方体の体積は216 cm³ですから，$\frac{72}{216}=\frac{1}{3}$(倍)です。

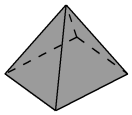
ステップ② 4 (2)

立方体の１辺を６cmにすると，計算しやすいです。

立方体の体積は，6×6×6＝216(cm^3)です。

かげをつけた立体は，  が２個ぶんです。

 の底面は正方形ですが，対角線が６cmのひし形だとみなして，底面積は，6×6÷2＝18(cm^2)です。

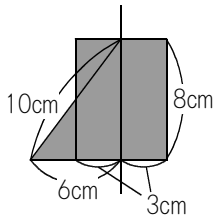
 の高さは，6÷2＝3(cm)ですから，体積は，$18\times3\times\frac{1}{3}=18$(cm^3)です。

２個ぶんあるので，18×2＝36(cm^3)です。

この立体の体積は36cm^{3}で，立方体の体積は216cm^{3}ですから，$\frac{36}{216}=\frac{1}{6}$(倍)です。

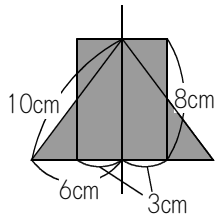
ステップ③ 1 (1)

長方形が軸の左側にきたときのようすを書きこみ，



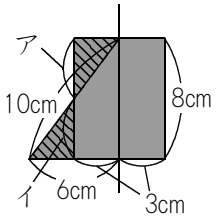
三角形が軸の右側にきたときのようすも書きこみます。

このように書くと，回転させてできる立体が想像しやすくなります。

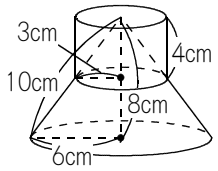


右の図の斜線部分は，「クロス形」になっています。

3：(6－3)＝1：1 ですから，アもイも 8÷(1＋1)＝4(cm) です。



この図形を回転させると，右のような立体になります。



上の部分は円柱で，その体積は，3×3×3.14×4＝36×3.14(cm^3)です。…(★)

下の部分は円すい台で，その体積は，

$6\times6\times3.14\times8\times\frac{1}{3}-3\times3\times3.14\times4\times\frac{1}{3}$

$=(6\times6\times8-3\times3\times4)\times3.14\times\frac{1}{3}$

$=(288-36)\times3.14\times\frac{1}{3}$

$=252\times3.14\times\frac{1}{3}$

$=84\times3.14$(cm^3)です。…(☆)

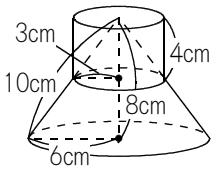
注意　(☆)はステップ② 1 (2)と同様に，小さい円すいの体積を７倍する方法もあります。

(★)は 36×3.14(cm^3)で，(☆)は 84×3.14(cm^3)ですから，全体の体積は，

36×3.14＋84×3.14＝(36＋84)×3.14＝120×3.14＝376.8(cm^3)です。

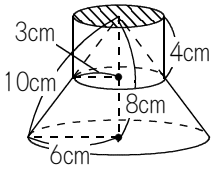
ステップ③ 1 (2)

(1)で，この立体は右のような「上が円柱で，下が円すい台」になっていることがわかりました。

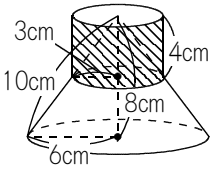


(2)では表面積を求めます。１面１面，しっかり求めていきましょう。

右の図の斜線部分は，$3\times3\times3.14=9\times3.14\,(cm^2)$ です。…(※1)



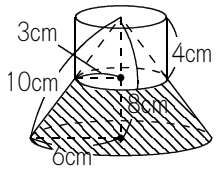
右の図の斜線部分は，
たて×横＝$4\times(3\times2\times3.14)=24\times3.14\,(cm^2)$ です。…(※2)



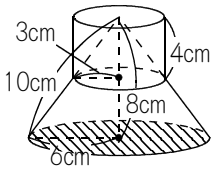
右の図の斜線部分は，

	母線×底面の半径×3.14	−	母線×底面の半径×3.14
	大きい側面積		小さい側面積
＝	$10\times6\times3.14$	−	$5\times3\times3.14$

$=(10\times6-5\times3)\times3.14$
$=(60-15)\times3.14$
$=45\times3.14\,(cm^2)$ です。…(※3)



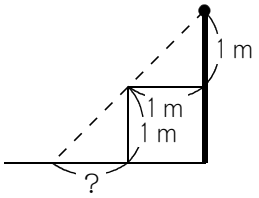
右の図の斜線部分は，
$6\times6\times3.14$
$=36\times3.14\,(cm^2)$ です。…(※4)



(※1)，(※2)，(※3)，(※4)により，
表面積
$=9\times3.14+24\times3.14+45\times3.14+36\times3.14$
$=(9+24+45+36)\times3.14$
$=114\times3.14$
$=357.96\,(cm^2)$

ステップ③ 2 (1)

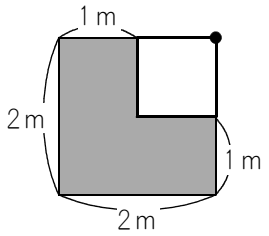
右から見ると，図のようになります。



図の？は，１ｍです。

正面から見た図も，右から見た図とまったく同じです。

よって，上から見ると，図のようになります。

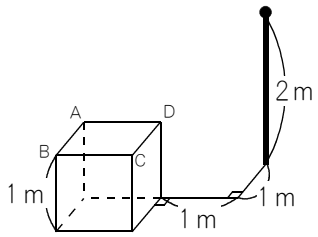


かげの部分の面積は，$2\times2-1\times1=3$(m^2)です。

ステップ③ 2 (2)

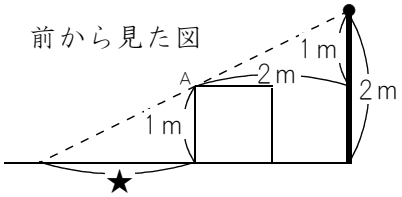
まず，立方体の頂点のかげがどこにできるかを求め，次に立方体の面のかげがどこにできるかを求めます。

右の図の点Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄそれぞれについて，電灯から出た光線のかげの位置を求めていきます。

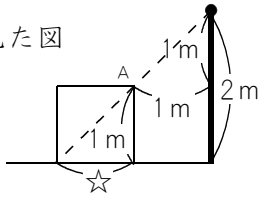


点Ａの場合，前から見た図・右から見た図は下のようになります。★は２ｍ，☆は１ｍです。よって，地面にできるかげの位置も求められます。

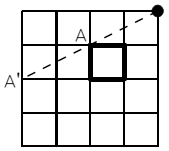
前から見た図



右から見た図

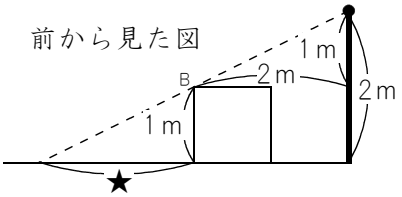


上から見た図

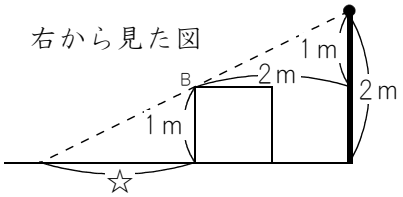


点Ｂの場合，前から見た図は点Ａの場合と同じです。前から見た図・右から見た図は下のようになります。★は２ｍ，☆も２ｍです。よって，地面にできるかげの位置も求められます。

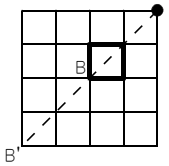
前から見た図



右から見た図

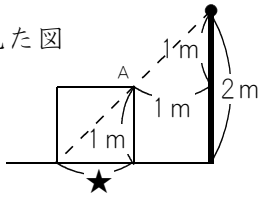


上から見た図

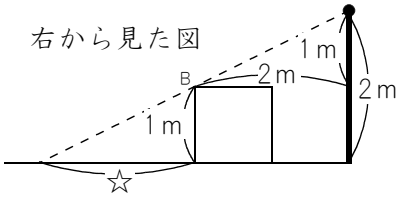


点Ｃの場合，右から見た図は点Ｂの場合と同じです。前から見た図・右から見た図は下のようになります。★は１ｍ，☆は２ｍです。よって，地面にできるかげの位置も求められます。

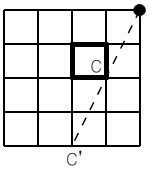
前から見た図



右から見た図



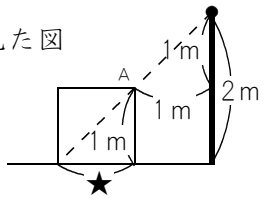
上から見た図



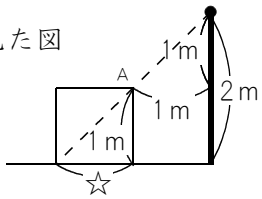
（次のページへ）

点Ｄの場合，前から見た図は点Ｃの場合と同じで，右から見た図は点Ａの場合と同じです。前から見た図・右から見た図は下のようになります。★は１ｍ，☆も１ｍです。よって，地面にできるかげの位置も求められます。

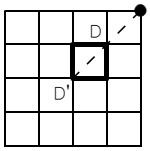
前から見た図



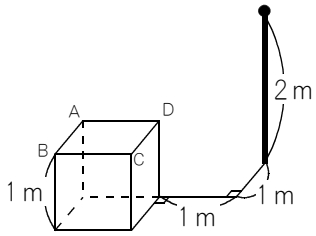
右から見た図

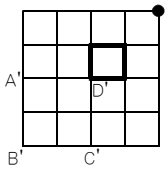


上から見た図

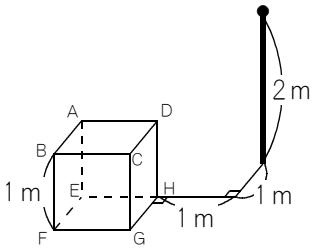


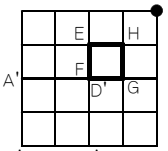
これで，点Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄによるかげの位置がわかりました。



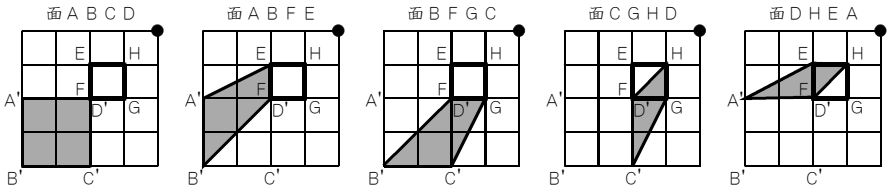


立方体の地面にある点もＥ，Ｆ，Ｇ，Ｈとすると，Ｅ，Ｆ，Ｇ，Ｈは地面にあるので，かげもそのままＥ，Ｆ，Ｇ，Ｈにあります。

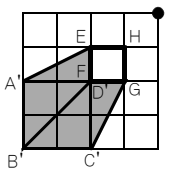




立方体には面が６面あります。それぞれの面によってできるかげを，図に書きこんでいきます。



立方体の底の部分である面ＥＦＧＨはかげにふくめないので，それ以外の部分をすべて合わせると，



となります。

三角形ＥＡ'Ｆは 2×1÷2＝1(m²)，三角形Ｄ'Ｃ'Ｇも同じく１m²，正方形Ａ'Ｂ'Ｃ'Ｄ'は2×2＝4(m²)ですから，かげの部分の面積の合計は，1＋1＋4＝6(m²)です。