シリーズ5年下第3回・くわしい解説

※高さの等しい三角形同士では，面積の比と底辺の比は同じ。
※高さの等しい台形・平行四辺形・三角形では，
「上底と下底の和」で面積の割合になる。
※「えんぴつ形」に慣(な)れましょう。
※「ぎざぎざ問題」に慣(な)れましょう。
※長さの比がわかっている場合，勝手に長さを決めてしまう。

目　次

すぐる学習会
https://www.suguru.jp

基本 $\boxed{1}$ (1)

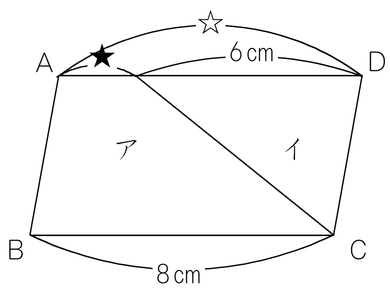
$\boxed{\text{ワンポイント}}$　高さの等しい図形同士です。

①　三角形の面積は「底辺×高さ÷２」で求めることができます。

アは「４×高さ÷２」で，イは「６×高さ÷２」ですが，「×高さ÷２」の部分はどちらも同じなので，アとイの面積の比は，「４」と「６」の比でOKです。

よって，4：6＝**2：3**です。

②　四角形ＡＢＣＤは平行四辺形ですから，右の図の☆は８cmです。



よって，★は８－６＝２(cm)です。

アの台形の面積は，「（2＋8）×高さ÷２」で，
イの三角形は，「６×高さ÷２」で，求めることができます。

アとイの「×高さ÷２」の部分はどちらも同じなので，アとイの面積の比は，「２＋８」と「６」の比でOKです。

よって，（2＋8）：6 ＝ 10：6 ＝ **5：3**です。

基本 1 (2)

ワンポイント　高さの等しい図形同士です。

①　アは三角形ですから，「６×高さ÷２」で面積を求めることができます。

イは台形ですから，「(□＋7)×高さ÷２」で面積を求めることができます。

アとイの「×高さ÷２」の部分はどちらも同じなので，アとイの面積の比は，「６」と「□＋7」の比でOKです。

それが３：５ですから，「６」が③，「□＋７」が⑤にあたります。

①あたり，6÷3＝2(cm)です。

⑤にあたるのは，2×5＝10(cm)です。

「□＋７」が10ですから，□は，10－7＝3(cm)です。

②　「高さ」が共通であるのは，ア，イだけではありません。
アとイを合わせた，全体の四角形ＡＢＣＤも，アやイと同じ「高さ」を持っています。

このような問題の場合は，「上底と下底の和」で面積の割合を表すことができます。

アとイの面積の比は３：１ですから，アの「上底と下底の和」を③，イの「上底と下底の和」を①とします。

四角形ＡＢＣＤの「上底と下底の和」は，③＋①＝④ にあたります。

四角形ＡＢＣＤの「上底と下底の和」は 5＋11＝16(cm)ですから，16 cmが④にあたります。

①あたり，16÷4＝4(cm)です。

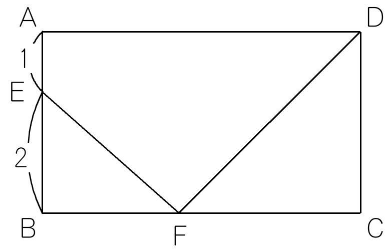
アの「上底と下底の和」は③にあたるので，4×3＝12(cm) です。

アは上底が５cm，下底が□cmですから，□は，12－5＝7(cm)です。

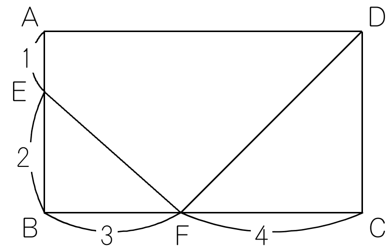
基本 $\boxed{1}$ (3)

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　長さの比がわかっている場合，勝手に長さを決めてしまいます。

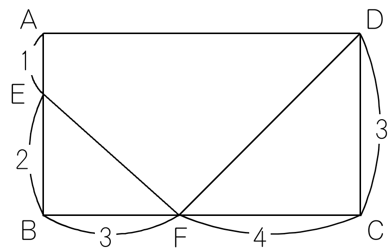
ＡＥ：ＥＢ＝1：2なので，ＡＥを1，ＥＢを2にします。



ＢＦ：ＦＣ＝3：4なので，ＢＦを3，ＦＣを4にします。

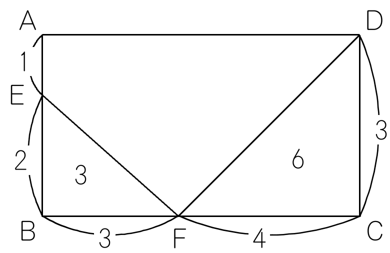


ＣＤの長さは，1＋2＝３になります。



三角形ＥＢＦの面積は，3×2÷2＝３になります。

三角形ＤＦＣの面積は，4×3÷2＝６になります。



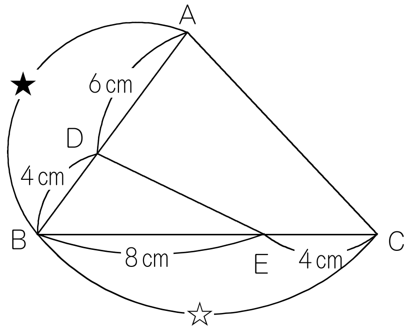
よって三角形ＥＢＦと三角形ＤＦＣの面積の比は，3：6＝1：2になります。

基本 1 (4)

ワンポイント　すぐるでは「えんぴつ形」と名付けている解き方で解説します。

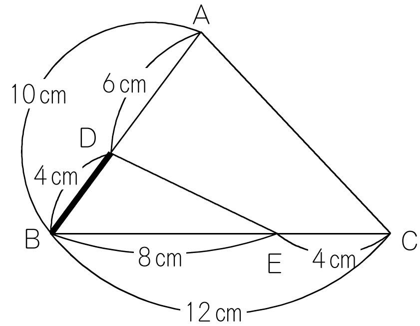
右の図の★は　6＋4＝ 10 (cm)です。

☆は　8＋4＝ 12 (cm)です。

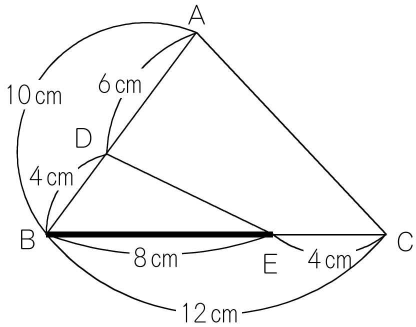


右の図の太線部分であるＤＢはＡＢの，

$\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$ です。

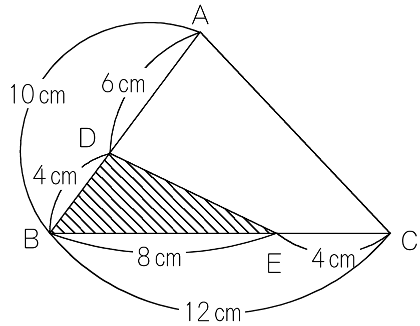


ＢＥはＢＣの，$\frac{8}{12}=\frac{2}{3}$ です。



このとき，右の図のしゃ線部分の三角形ＤＢＥは

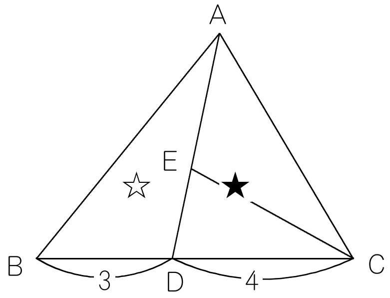
三角形ＡＢＣの，$\frac{2}{5}\times\frac{2}{3}=\frac{4}{15}$ (倍)です。



基本 $\boxed{2}$ (1)

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　高さの等しい図形同士です。

ＢＤ：ＤＣ＝３：４ですから，右の図の☆と★の三角形の面積の比は底辺の比と同じで，３：４です。



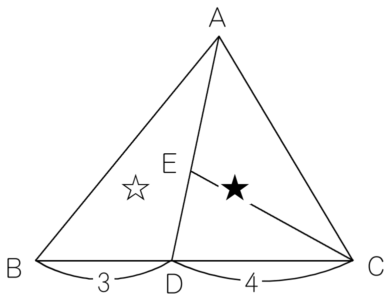
三角形ＡＢＣ全体は84 cm²ですから，☆の三角形の面積は，
84÷(3＋4)×3＝ 36 (cm²)です。

三角形ＡＢＤの面積は 36 cm²であることがわかりました。

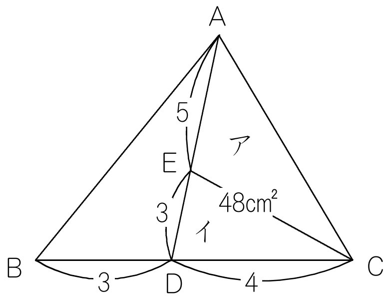
基本 $\boxed{2}$ (2)

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　まず，三角形ADCの面積を求めます。

(1)と同じように考えると，右の図の★の面積は，
84÷(3＋4)×4＝ 48 (cm²)です。



しかもＡＥ：ＥＤ＝５：３ですから，右の図のアとイの面積の比も，５：３です。



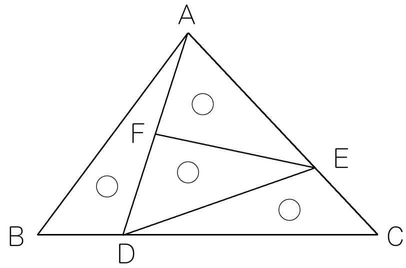
よってアの面積は，48÷(5＋3)×5＝ 30 (cm²)です。

三角形ＡＥＣの面積は 30 cm²であることがわかりました。

基本 $\boxed{3}$

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　どの三角形とどの三角形をくらべたらよいのか，考えましょう。

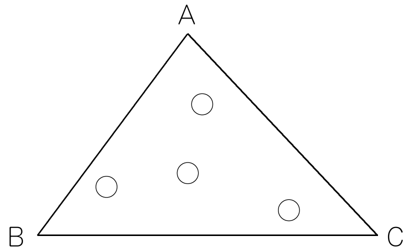
○をつけた４つの三角形の面積は等しくなっています。



中の線をすべて消すと，右の図のようになります。

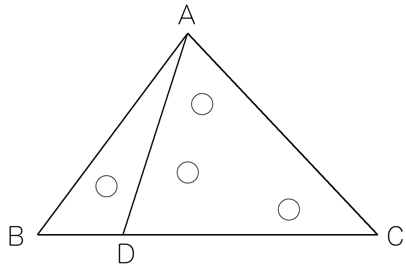
この図に１本だけ線を引くことを考えます。

ＡＤ，ＤＥ，ＥＦのうち，頂点から引かれているのは，ＡＤです。



右の図のようにＡＤだけ引くと，左右２つの三角形は，同じ高さを持っています。

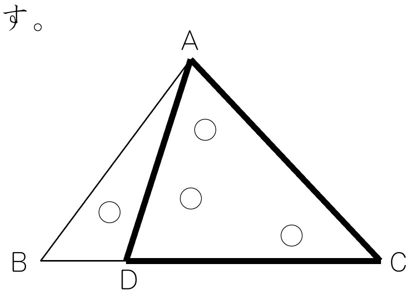
左側の三角形は○が１つで，右側の三角形は○が３つですから，面積の比は，１：３です。



よって，底辺の比も１：３になるので，ＢＤ：ＤＣ＝１：３です。

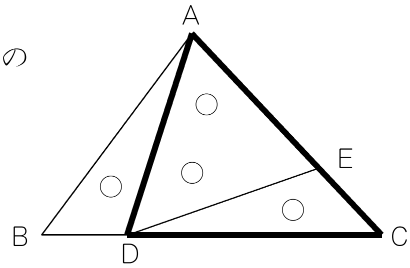
次に，三角形ＡＤＣに１本だけ線を引くことを考えます。

ＤＥ，ＥＦのうち，三角形ＡＤＣの頂点から引かれているのは，ＤＥです。

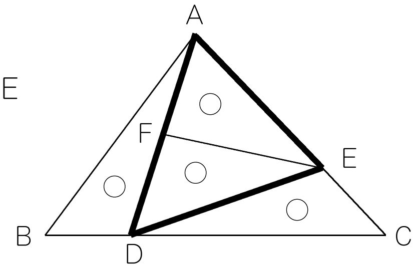


右の図のようにＤＥを引くと，三角形ＥＤＣと三角形ＡＤＥの面積の比は１：２です。

よって底辺の比も１：２になるので，ＣＥ：ＥＡ＝１：２です。



（次のページへ）



次に，三角形ＡＤＥに１本だけ線を引くことを考えます。

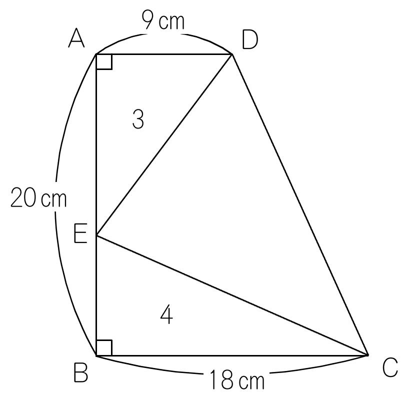
右の図のようにＥＦを引くと，三角形ＡＦＥと三角形ＦＤＥの面積の比は１：１です。

よって底辺の比も１：１になるので，ＡＦ：ＦＤ＝１：１です。

基本 $\boxed{4}$

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　面積の比がわかっている場合，勝手に面積を決めてしまいます。

(1)　三角形ＡＥＤと三角形ＥＢＣの面積の比は３：４なので，三角形ＡＥＤの面積を３，三角形ＥＢＣの面積を４に決めてしまいます。

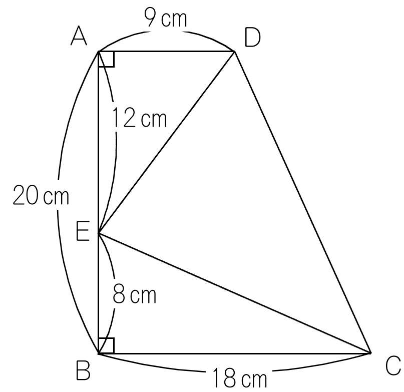


$9\times$ ＡＥ $\div 2=3$ なので，ＡＥ $=3\times 2\div 9=\dfrac{2}{3}$ です。

$18\times$ ＥＢ $\div 2=4$ なので，ＥＢ $=4\times 2\div 18=\dfrac{4}{9}$ です。

よって，ＡＥ：ＥＢ $=\dfrac{2}{3}:\dfrac{4}{9}=3:2$ です。

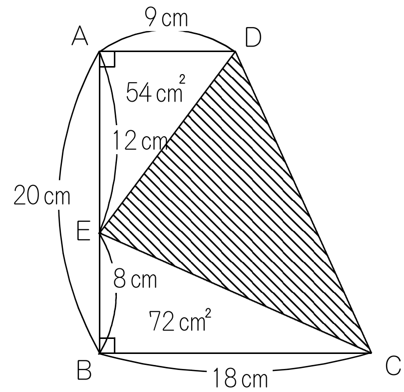
(2)　(1)で，ＡＥ：ＥＢが３：２であることがわかりました。



よって，ＡＥ $=20\div(3+2)\times 3=12$ (cm)，
ＥＢ $=20\div(3+2)\times 2=8$ (cm)です。

したがって三角形ＡＥＤの面積は，$9\times 12\div 2=54$ (cm^2)です。

(3)　三角形ＤＥＣの面積は，台形ＡＢＣＤ全体の面積から，三角形ＡＥＤと三角形ＥＢＣの面積を引くことによって求めることができます。



三角形ＡＥＤの面積は(1)で求めた通り 54 cm^{2}で，
三角形ＥＢＣの面積は，$18\times 8\div 2=72$ (cm^2)です。

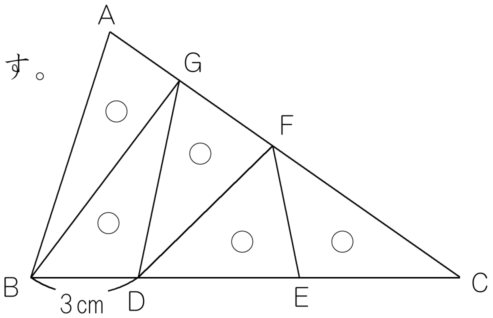
また，台形ＡＢＣＤ全体は，$(9+18)\times 20\div 2=270$ (cm^2)です。

よって三角形ＤＥＣの面積は，
台形ＡＢＣＤ－(三角形ＡＥＤ＋三角形ＥＢＣ) $=270-(54+72)=144$ (cm^2)です。

練習 1

ワンポイント　(1)と(2)の問題を，同時に解いていきます。

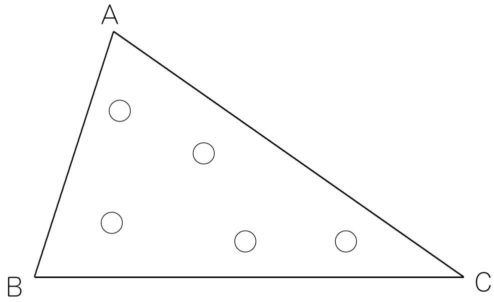
○をつけた５つの三角形の面積は等しくなっています。



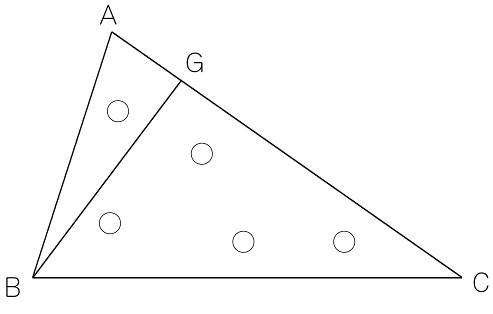
中の線をすべて消すと，右の図のようになります。

この図に１本だけ線を引くことを考えます。

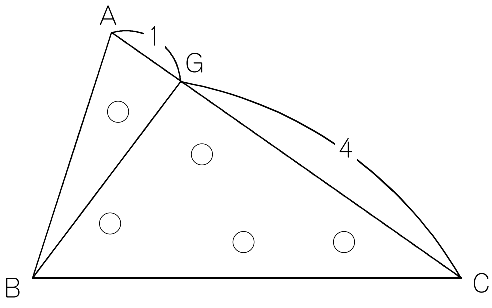
ＢＧ，ＧＤ，ＤＦ，ＦＥのうち，頂点から引かれているのはＢＧです。



右の図のようにＢＧだけ引くと，○が１個と４個に分かれますから，面積の比は１：４です。

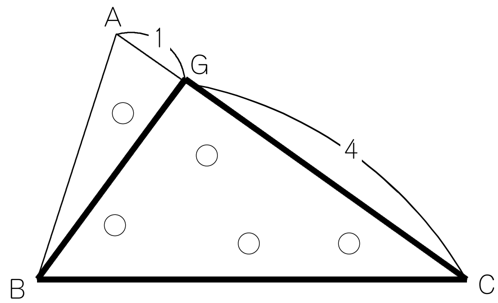


よってＡＧ：ＧＣも，１：４です。



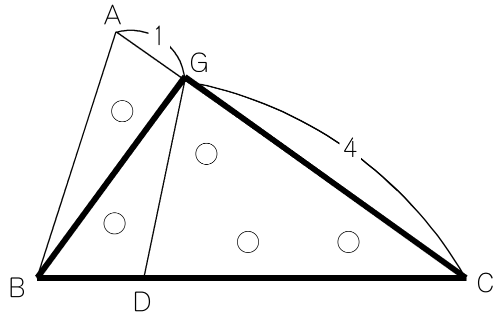
(次のページへ)

次に，三角形ＧＢＣの頂点から１本だけ線を引くことを考えます。



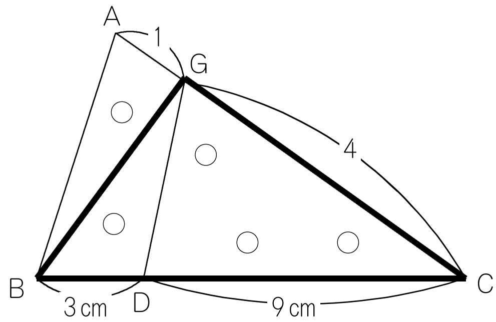
ＧＤ，ＤＦ，ＦＥのうち，三角形ＧＢＣの頂点から引かれているのは，ＧＤです。

ＧＤによって，三角形ＧＢＣは○が１個と○が３個に分かれます。

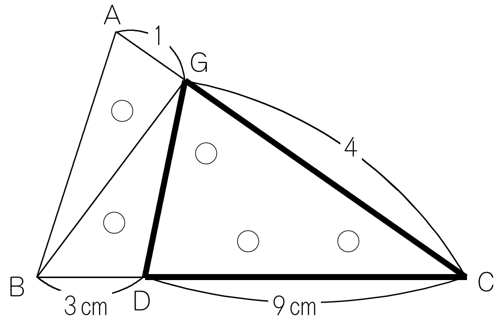


よって三角形ＧＢＤと三角形ＧＤＣの面積の比は１：３になり，ＢＤ：ＤＣも１：３です。

ＢＤは３㎝であることがはじめからわかっているので，ＤＣは ３×３＝９(㎝)です。



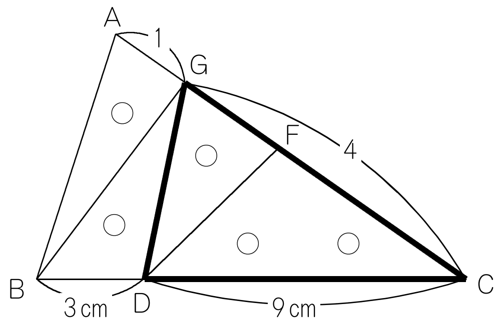
次に，三角形ＧＤＣの頂点から１本だけ線を引くことを考えます。



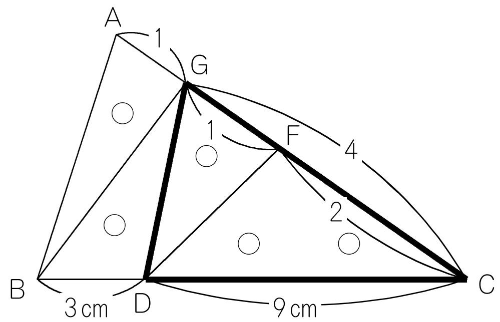
ＤＦ，ＦＥのうち，三角形ＧＤＣの頂点から引かれているのは，ＤＦです。

ＤＦによって，三角形ＧＤＣは○が１個と○が２個に分かれます。

(次のページへ)

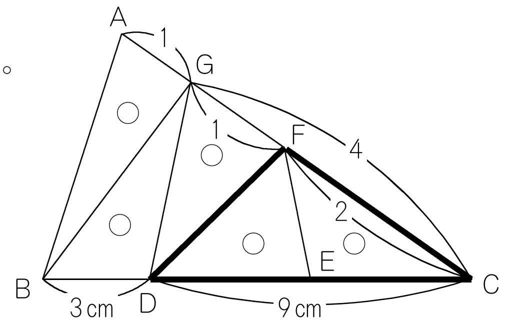


よって三角形ＧＤＦと三角形ＦＤＣの面積の比は１：２になり，ＧＦ：ＦＣも１：２です。

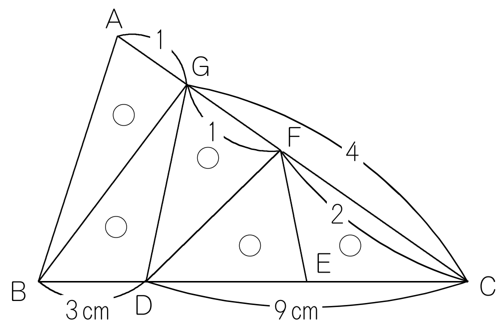


最後に，三角形ＦＤＣの頂点ＦからＦＥを引きます。

三角形ＦＤＥと三角形ＦＥＣの面積の比は１：１になり，ＤＥ：ＥＣも１：１です。



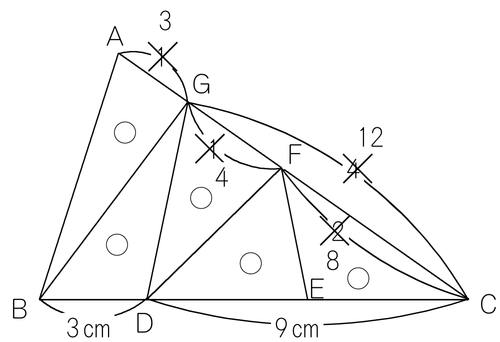
(1)　ＤＣ＝９cmで，ＤＥ：ＥＣ＝１：１ですから，
ＥＣ＝９÷(１＋１)×１＝4.5(cm)です。



(2)　ＡＧ：ＧＣ＝１：４のときのＧＣは４です。
ＧＦ：ＦＣ＝１：２のときのＧＣは，１＋２＝３にあたります。

４と３ではそろっていないので，４と3の最小公倍数である12にそろえます。

ＡＧ：ＧＣ＝１：４の方は３倍することになるので３と12になり，ＧＦ：ＦＣ＝１：２の方は４倍することになるので４と８になります。



右の図のようになるので，ＡＧ：ＧＦ：ＦＣ＝３：４：８です。

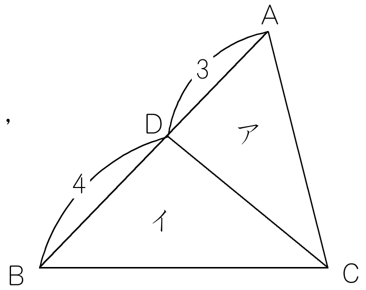
練習 2

ワンポイント　「面積の比＝底辺の比」と，「えんぴつ形」を合体した問題です。

三角形ＡＢＣの面積は 140 cm^2 です。

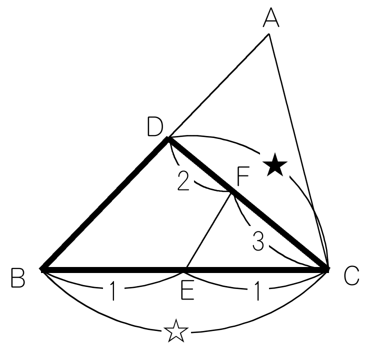
ＡＤ：ＤＢ＝３：４ですから，右の図のアとイの面積の比も，３：４です。

よってイの面積は，140÷(3＋4)×4＝ 80 (cm^2)です。



右の図の太線でかこまれた三角形の面積が，80 cm^2 ということです。

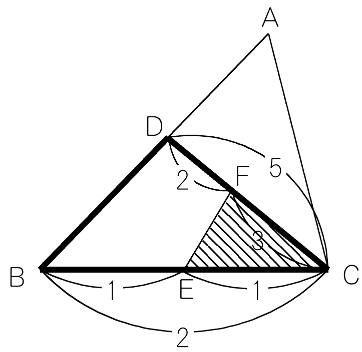
また，ＢＥ：ＥＣ＝１：１，ＣＦ：ＦＤ＝３：２ですから，☆は 1＋1＝2，★は 3＋2＝5 にあたります。



右の図のしゃ線をつけた三角形の面積は，太線でかこまれた三角形の面積の，$\frac{3}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{10}$ です。

太線でかこまれた三角形の面積は 80 cm^2 ですから，しゃ線をつけた三角形の面積は，$80 \times \frac{3}{10} = 24$ (cm^2)です。

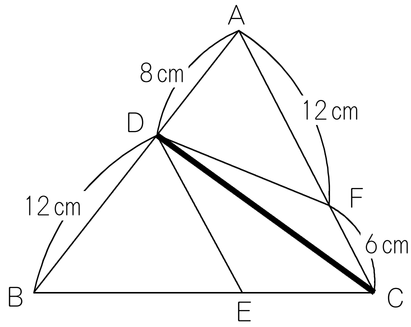
よって台形ＤＢＥＦの面積は，80－24＝ 56 (cm^2)です。



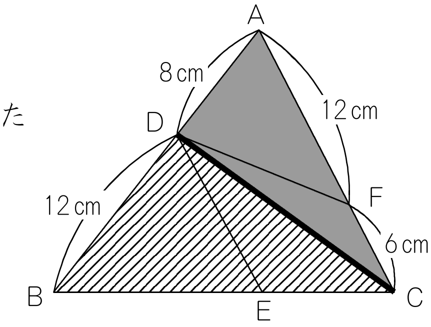
練習 3

ワンポイント　補助線を引きましょう。

右の図のように，ＤからＣまで補助線を引きます。



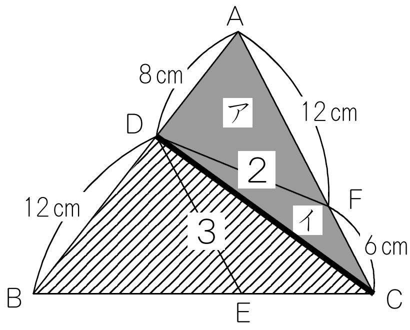
右の図のかげをつけた三角形の面積と，しゃ線をつけた三角形の面積の比は，8：12＝2：3です。



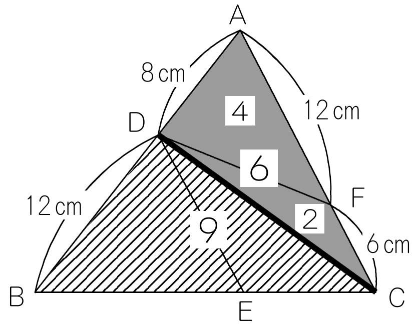
また，アとイの面積の比は，12：6＝2：1です。

ア＝2，イ＝1とすると，ア＋イ＝2+1＝3です。

ところが，ア＋イ＝3にあたるのが，かげをつけた部分である2なので，3と2の最小公倍数である6にします。



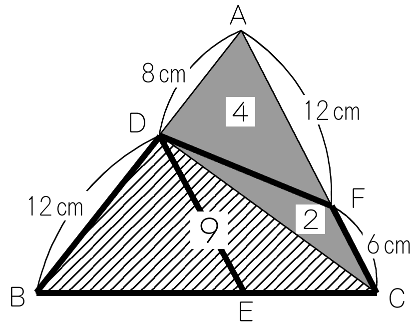
かげ：しゃ線＝2：3は3倍して6と9にして，にア：イ＝2：1は2倍して4と2にすると，右の図のようになります。



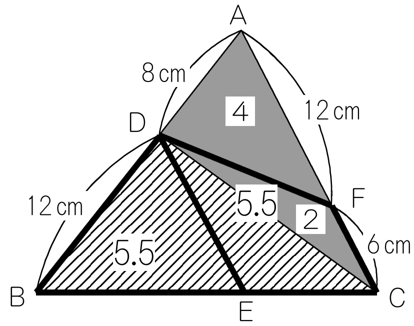
(次のページへ)

ところで問題には，三角形ＤＢＥと四角形ＤＥＣＦの面積は等しいと書いてありました。

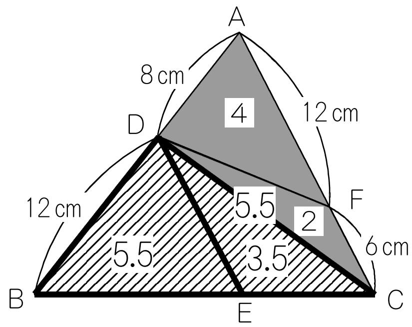
三角形ＤＢＥと四角形ＤＥＣＦの面積の和は，9＋2＝11 にあたります。



面積は等しいのでそれぞれ，11÷2＝5.5 です。



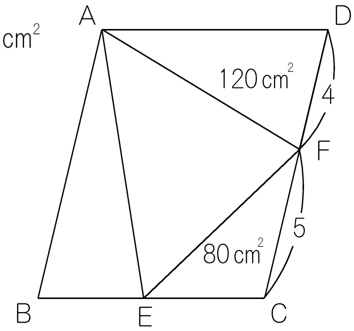
ということは，右の図の太線をつけた左右２つの三角形の面積の比は，5.5：(5.5－2)＝5.5：3.5＝11：7 なので，ＢＥ：ＥＣも，11：7 になります。



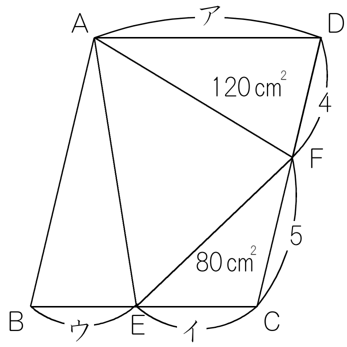
練習 $\boxed{4}$

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　長さの比がわかっている場合，勝手に長さを決めてしまいます。

(1)　三角形ＡＦＤの面積は 120 cm^2，三角形ＦＥＣの面積は 80 cm^2 です。



また，ＤＦ：ＦＣ＝4：5なので，ＤＦを4，ＦＣを5に決めてしまいます。



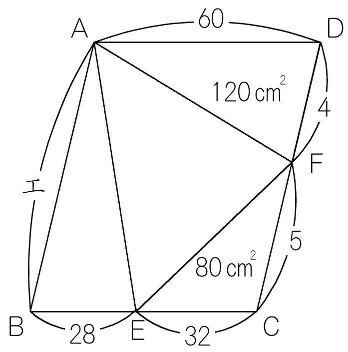
そして，三角形ＡＦＤ，三角形ＦＥＣの高さを，(多少ななめになってはいますが)4と5に決めてしまいます。

すると，ア×4÷2＝120 となるので，ア＝60，イ×5÷2＝80 となるので，イ＝32 になります。

ウは，60－32＝28 です。

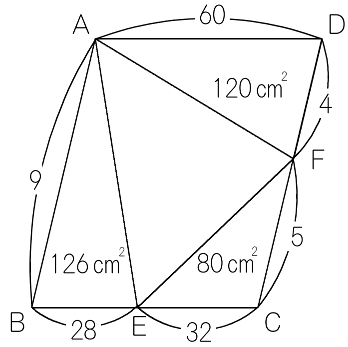
したがって，ＢＥ：ＥＣ＝ウ：イ＝28：32＝7：8です。

(2)　(1)で，右の図のようになっていることがわかりました。



三角形ＡＢＥは，底辺が 28，高さがエ＝4＋5＝9 ですから，面積は，28×9÷2＝126 (cm^2)です。

(3)　(2)で，右の図のようになっていることがわかりました。



三角形ＡＥＦは，平行四辺形全体から，よけいな三角形3つを引くことによって求められます。

平行四辺形全体は，底辺×高さ＝60×9＝540 (cm^2)です。

よって三角形ＡＥＦの面積は，540－(120＋80＋126)＝214 (cm^2)です。

練習 5 (1)

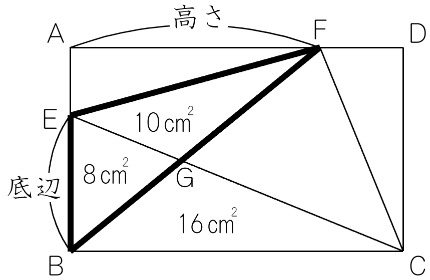
ワンポイント　三角形同士で，高さが等しい場合は面積の比は底辺の比ですが，……

三角形同士で，高さが等しい場合は面積の比が底辺の比です。

同じようにして，三角形同士で，底辺が等しい場合は面積の比が高さの比です。

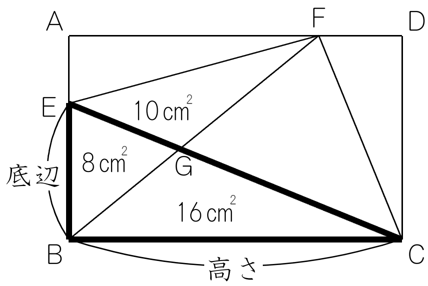
右の図の太線でかこまれた三角形ＥＢＦは，底辺がＥＢで，高さはＡＦです。

面積は 8＋10＝18(cm²)です。



右の図の太線でかこまれた三角形ＥＢＣは，底辺がＥＢで，高さはＢＣです。

面積は 8＋16＝24(cm²)です。

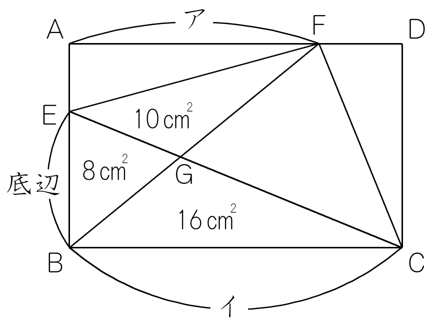


どちらも底辺がＥＢで同じですから，高さの比は面積の比と同じです。

面積の比は 18：24＝3：4 ですから，高さの比も 3：4 です。

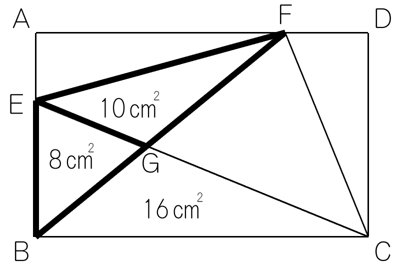
よって，右の図のア：イが，3：4 になります。

したがって，ＡＦ：ＦＤ＝3：(4－3)＝3：1 です。

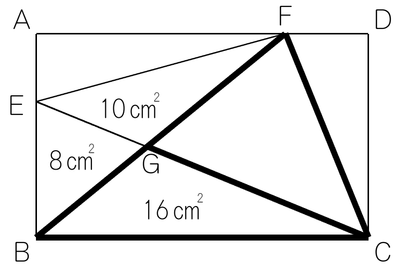


練習 5 (2)

ワンポイント　ある長さの比に注目すると，すごく簡単に答えを求めることができます。



右の図の太線でかこまれた２つの三角形は，面積の比が 8：10＝4：5 なので，ＢＧ：ＧＦも 4：5 です。



右の図の太線でかこまれた２つの三角形も，ＢＧ：ＧＦが 4：5 ですから，面積の比も 4：5 です。

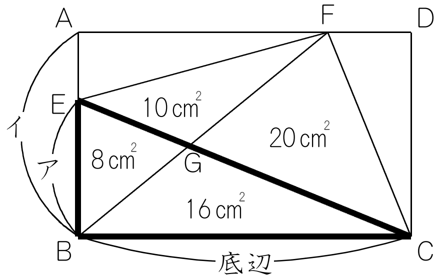
三角形ＧＢＣの面積である 16 cm²が 4 にあたるので，1 あたり 16÷4＝4 (cm²)です。

三角形ＦＧＣの面積は 5 にあたるので，4×5＝20 (cm²)です。

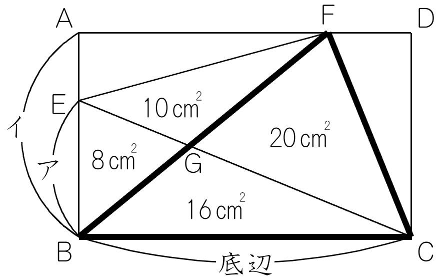
練習 $\boxed{5}$ (3)

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　(1)と同様に，底辺が共通で高さが違う三角形を探します。

右の図の三角形ＥＢＣの底辺をＢＣとすると，
高さはアの部分になり，面積は 8＋16＝ 24(cm²)です。

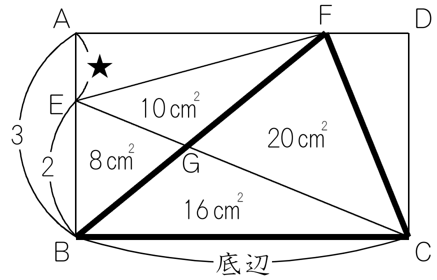


右の図の三角形ＦＢＣの底辺をＢＣとすると，
高さはイの部分になり，面積は 20＋16＝ 36(cm²)です。



三角形ＥＢＣと三角形ＦＢＣはどちらも底辺はＢＣです。
面積の比は 24：36＝２：３ですから，高さの比であるア：イも，２：３です。

アを２，イを３にすると，右の図の★の長さは
３−２＝１ になります。

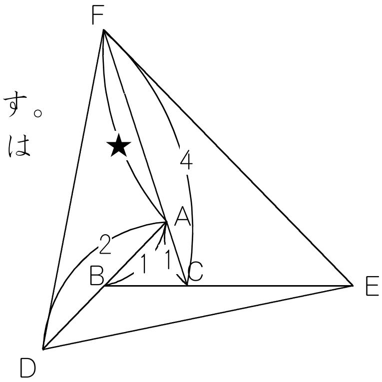


よってＡＥ：ＥＢは，１：２です。

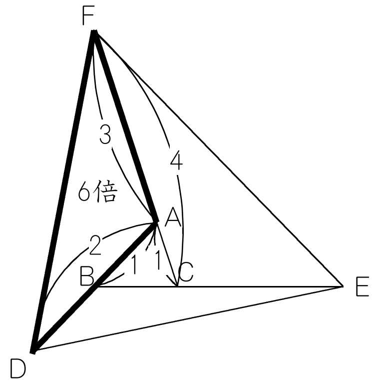
練習 6

ワンポイント　三角形ＡＢＣの外側にある３個の三角形の面積について考えます。

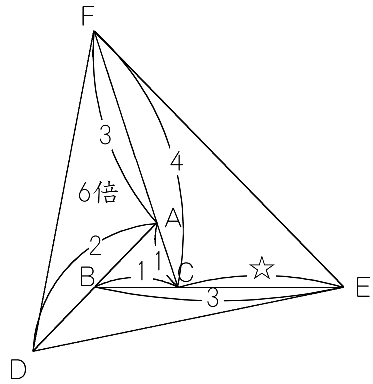
ＡＤはＡＢの２倍ですから，ＡＢを１とするとＡＤは２です。
また，ＣＦはＣＡの４倍ですから，ＣＡを１とするとＣＦは４で，★の部分は ４−１＝３です。



よって，三角形ＡＦＤは三角形ＡＢＣの，
2×3＝６(倍)です。

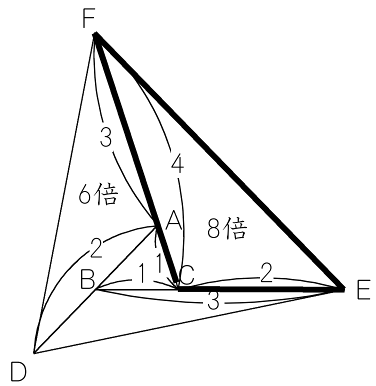


また，ＢＥはＢＣの３倍ですから，ＢＣを１とするとＢＥは３で，☆の部分は ３−１＝２です。



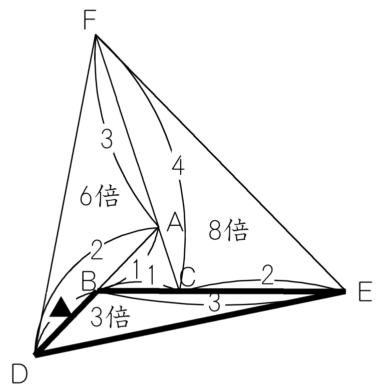
(次のページへ)

よって，三角形ＦＣＥは三角形ＡＢＣの，
4×2＝８(倍)です。



また，右の図の▲は，2－1＝１にあたります。

よって，三角形ＢＤＥは三角形ＡＢＣの，
3×1＝３(倍)です。



右の図のようになりますから，三角形ＤＥＦの面積は
三角形ＡＢＣの面積の，1＋6＋8＋3＝ 18(倍)になります。