

演習問題集6年上第8回・くわしい解説

目次

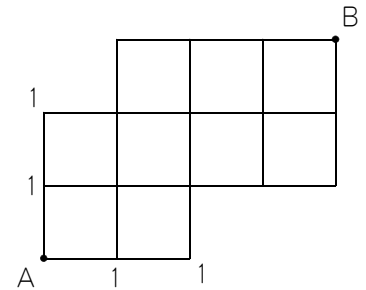
ステップ①	1	(1) ……p.2
ステップ①	1	(2) ……p.3
ステップ①	2	…… p.4
ステップ①	3	…… p.5
ステップ①	4	…… p.6
ステップ①	5	…… p.7
ステップ①	6	…… p.9
ステップ①	7	…… p.10
ステップ①	8	…… p.11
ステップ①	9	…… p.12
ステップ①	10	…… p.13
ステップ②	1	(1) ……p.14
ステップ②	1	(2) ……p.16
ステップ②	2	…… p.17
ステップ②	3	(1) ……p.19
ステップ②	3	(2) ……p.21
ステップ②	4	…… p.22
ステップ②	5	…… p.23
ステップ②	6	(1) ……p.25
ステップ②	6	(2) ……p.26
ステップ③	1	(1) ……p.28
ステップ③	1	(2) ……p.29
ステップ③	2	…… p.30
ステップ③	3	(1) ……p.31
ステップ③	3	(2) ……p.32

すぐる学習会

<https://www.suguru.jp>

ステップ① 1 (1)

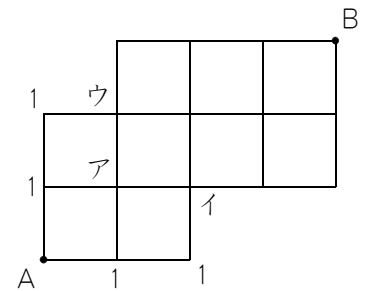
Aからの行き方が1通りしかないところに「1」と書きます。



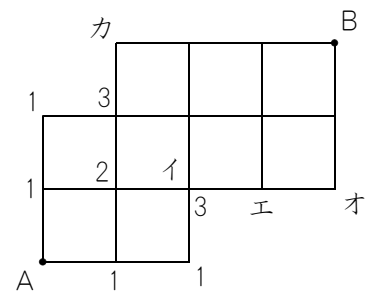
右の図のアは $1+1=2$ (通り) です。

イは, $ア+1=2+1=3$ (通り) です。

ウは, $1+ア=1+2=3$ (通り) です。



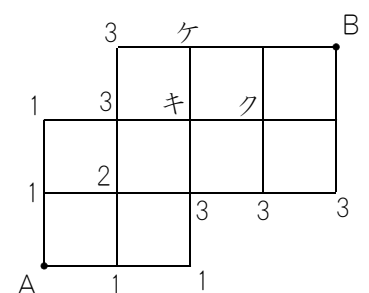
右の図のエは, イからの行き方しかないので3通り, オもカも3通りです。



右の図のキは, $3+3=6$ (通り) です。

クは, $キ+3=6+3=9$ (通り) です。

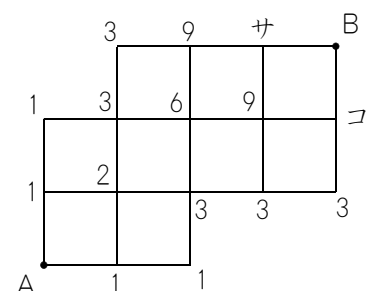
ケは, $3+キ=3+6=9$ (通り) です。



右の図のコは, $9+3=12$ (通り) です。

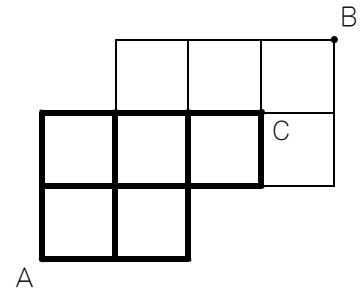
サは, $9+9=18$ (通り) です。

よってBは, $サ+コ=18+12=30$ (通り) です。

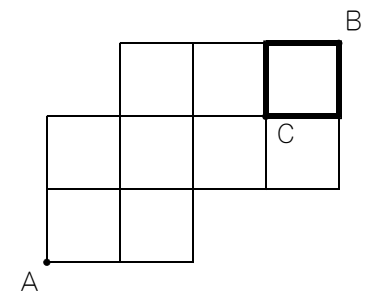


ステップ① 1 (2)

A から C まで行くとき，遠回りせず行くためには，
右の図の太線の道のみを通ります。

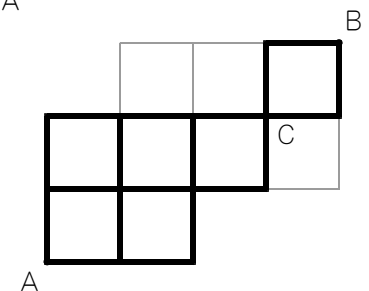


C から B まで行くとき，遠回りせず行くためには，
右の図の太線の道のみを通ります。

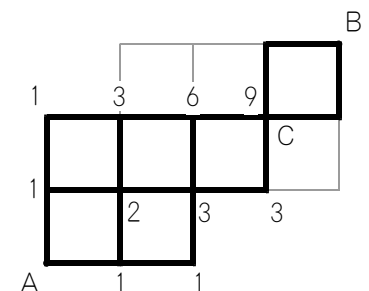


よって，右の図の太線の道だけを通して B まで行く
ことになります。

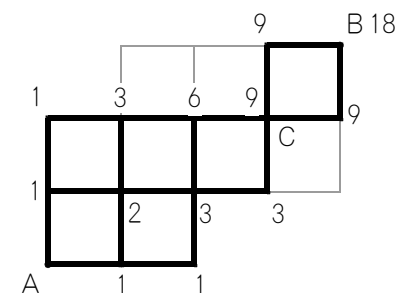
グレーの道は通りません。



A から C までの道順は，右の図のように9通りあります。



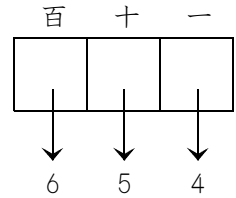
さらに C から B までの道順も書くと右の図のようになり，
A から C を通って B までの道順は，**18** 通りあることがわかり
ました。



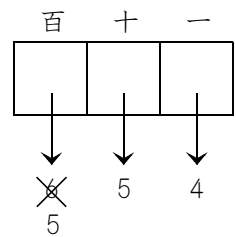
別解 A から C までは9通り，C から B まで2通りあるの
で， $9 \times 2 = \mathbf{18}$ (通り)と求めても OK です。

ステップ① 2

- (1) 百の位に0を使ってはいけないことを無視すると、カードは6枚あるので百の位は6通り、十の位は(百の位で使ったカード以外の)5通り、一の位は(百の位と十の位で使ったカード以外の)4通りありますから、右の図のようになります。



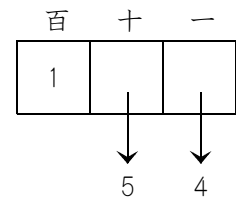
実際には、百の位では0を使ってはいけないので、百の位だけは1通り減って、5通りになります。



したがって、整数は $5 \times 5 \times 4 = 100$ (通り) できます。

- (2) 300 以下になるためには、百の位は1か2でなければなりません。

百の位が1のとき、十の位で使えるのは、6枚のカードのうち1以外の、5通りです。

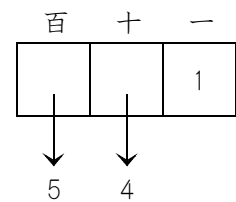


一の位は、1と、百の位で使ったカード以外の4通りありますから、全部で $5 \times 4 = 20$ (通り) です。

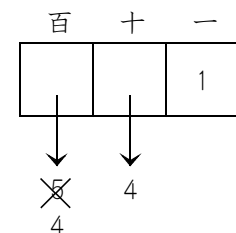
百の位が2の場合も同じく20通りありますから、全部で $20 \times 2 = 40$ (通り) です。

- (3) 奇数になるためには、一の位が1, 3, 5のいずれかにならないといけません。

一の位が1のとき、百の位に0を使ってはいけないことを無視すると、6枚のカードのうち1以外の5通りで、十の位は4通りになります。



実際には、百の位では0を使ってはいけないので、百の位だけは1通り減って、4通りになります。



したがって、 $4 \times 4 = 16$ (通り) できます。

一の位が3のときも、一の位が5のときも、同じように16通りですから、全部で、 $16 \times 3 = 48$ (通り) できます。

ステップ① 3

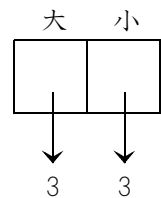
(1) $0 \times 0 = 0$, $0 \times 1 = 0$, $1 \times 0 = 0$, $1 \times 1 = 1$ となることはわかりますね。

0は偶数の代表, 1は奇数の代表と考えると,
偶数 $\times$ 偶数=偶数, 偶数 $\times$ 奇数=偶数, 奇数 $\times$ 偶数=偶数, 奇数 $\times$ 奇数=奇数
となることがわかります。

積が奇数になるのは, 「奇数 $\times$ 奇数」のときのみです。

つまり, 大小2つのさいころを同時に1回ふったときに, 出た目の積が奇数になるためには, 大のさいころも奇数の目が出て, 小のさいころも奇数の目が出なければならぬのです。

さいころの1から6までの目のうち, 奇数なのは1, 3, 5の3通りです。



大も3通り, 小も3通りなので, 全部で $3 \times 3 = 9$ (通り) です。

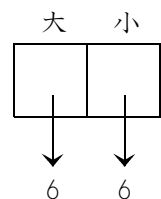
(2) (1)で説明した通り, 積が偶数になるのは, 偶数 $\times$ 偶数, 偶数 $\times$ 奇数, 奇数 $\times$ 偶数と, いろいろな種類があるので, 場合分けして計算するのは大変ですね。

このような問題の場合は, 「補集合」という考えで解いていきます。

「積が奇数になっていないのが, 積が偶数」というふうに考えるのです。

積が奇数になっているのは, (1)で求めた通り9通りあります。

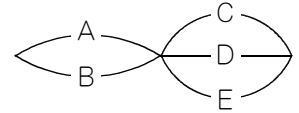
ところで, 大小2つのさいころの目の出方は, 大も6通り, 小も6通りですから, 全部で $6 \times 6 = 36$ (通り) あります。



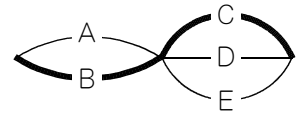
全部で36通りのうち, 積が奇数になるのは9通りあるのですから, 積が偶数になるのは, それ以外の $36 - 9 = 27$ (通り) になります。

ステップ① 4

- (1) 右の図のような，道の通り方の問題と同じです。



もし，男子をBにして，女子をCにしたら，右の図の太線を通ったことと同じです。



男子の選び方は，AかBかの2通り，

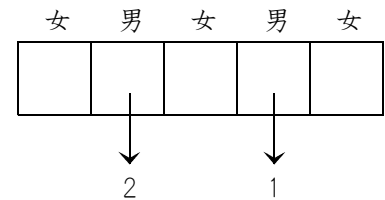
女子の選び方は，CかDかEかの3通りです。

よって，男子を1人，女子を1人選ぶ方法は， $2 \times 3 = 6$ (通り) になります。

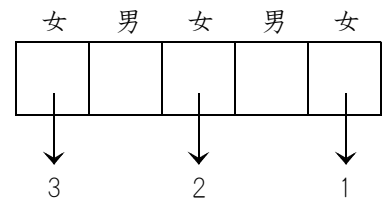
- (2) 男子は2人，女子は3人で，女子の方が多いので，男子と女子が交互になるようにするためには，「女男女男女」のように並べるしかありません。

だからといって，答えは「女男女男女」の1通りではありませんね。

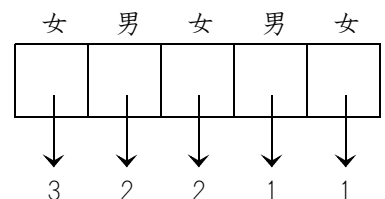
たとえば男子の場合は，前の男子は2人のどちらかなので2通り，後ろの男子は前の男子以外の1通りになります。



同じように考えて，女子は右の図のようになります。

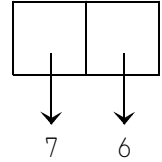


男女両方とも書くと右の図のようになりますから，全部で $3 \times 2 \times 2 \times 1 \times 1 = 12$ (通り) になります。



ステップ① 5

- (1) 2人を並べる方法だったら、1人目の選び方は7通り、2人目の選び方は(1人目以外の)6通りですから、全部で $7 \times 6 = 42$ (通り) です。



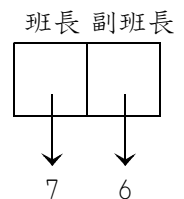
しかし答えは42通りではありません。

たとえば「AとB」という並べ方と、「BとA」という並べ方は違う並べ方ですが、掃除当番を2人選ぶのだったら、「AとB」という選び方と、「BとA」という選び方は同じですね。

同じようにして、「AとC」という選び方と、「CとA」という選び方も、同じ選び方です。

このように考えると、42通りの並べ方のうち、同じものが2通りずつあるのですから、掃除当番の2人の選び方は、 $42 \div 2 = 21$ (通り) になります。

- (2) 2人を並べて、「前の人は班長、後ろの人は副班長」というように決めることと同じです。



よって、 $7 \times 6 = 42$ (通り) です。

- (3) 班長1人の選び方は、7人中1人を選ぶのですから、7通りです。

副班長2人の選び方は、班長で選ばれなかった残り6人の中から2人を選ぶのですから、(1)と同じように考えて、 $(6 \times 5) \div 2 = 15$ (通り) です。

班長1人の選び方は7通りあって、その7通りそれぞれについて、副班長2人の選び方は15通りずつあるのですから、全部で、 $7 \times 15 = 105$ (通り) です。

(次のページへ)

- (4) たとえば、AからGの7人のうち、A、B、Cの3人が3人用のテントに泊まるとしましょう。そのとき、4人用のテントに泊まるのは、D、E、F、Gの4人に決まってしまう。

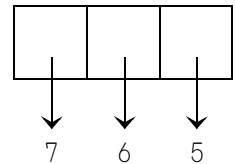
また、C、E、Fの3人が3人用のテントに泊まるとしたら、4人用のテントに泊まるのは、A、B、D、Gの4人に決まってしまう。

つまり、3人用のテントに泊まる人たちを決めたら、4人用のテントの泊まる人たちは自然に決まってしまうのです。

よって、「3人用のテントに泊まる泊まり方」だけを求めればよいことになります。

全部で7人いて、その中から3人を選ぶことになります。

3人を並べる方法だったら、右の図の通り、 $(7 \times 6 \times 5)$ 通りです。



$(7 \times 6 \times 5)$ 通りのうち、ABC、ACB、BAC、BCA、CAB、CBAの6通りは同じ選び方です。

このようにして、 $(7 \times 6 \times 5)$ 通りのうち、同じ選び方が6通りずつあるのですから、7人中3人の選び方は、 $(7 \times 6 \times 5) \div 6 = 35$ (通り)になります。

ステップ① 6

「カードの組み合わせ」を求めるのですから、たとえば「1, 4, 7」という組み合わせと、「1, 7, 4」という組み合わせは同じです。

「1, 4, 7」のように、「小, 中, 大」となっている組み合わせのみ OK とします。

たとえば「4, 6, 2」はだめですね。「2, 4, 6」なら OK です。

まず、小のカードとして 1 を選んだとしましょう。残り 2 枚の和は、 $12 - 1 = 11$ にしなければならないので、「1, 4, 7」と「1, 5, 6」の 2 通りです。…(ア)

小のカードとして 2 を選んだとしましょう。残り 2 枚の和は、 $12 - 2 = 10$ にしなければならないので、「2, 3, 7」と「2, 4, 6」の 2 通りです。…(イ)

小のカードとして 3 を選んだとしましょう。残り 2 枚の和は、 $12 - 3 = 9$ にしなければならないので、「3, 4, 5」の 1 通りです。…(ウ)

小のカードとして 4 を選んだら、「小, 中, 大」として「4, 5, 6」としても、和は 12 にはなりません。なので、1 通りもありません。

3 枚の整数の和が 12 になるのは、(ア), (イ), (ウ)によって、 $2 + 2 + 1 = 5$ (通り)であることがわかりました。

ステップ① 7

(1) 4けたの整数を作るのですから、「千，百，十，一」の位があります。

0を千の位に使うのはだめなので，2枚の0の使い方は，
「A 0 0 B」「A 0 B 0」「A B 0 0」だけです。

「A 0 0 B」のとき，Aの決め方は，1か2か3かの3通り，Bの決め方は2通りなので， $3 \times 2 = 6$ (通り)です。

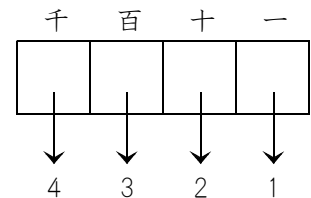
「A 0 B 0」のときも6通り，「A B 0 0」のときも6通りですから，全部で， $6 \times 3 = 18$ (通り)です。

(2) (1)で，0を2枚とも使うときは，4けたの整数は18通りできることがわかりました。

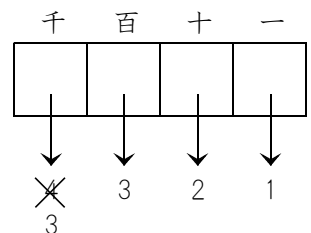
では，「0を2枚とも使うわけではない」ときは，何通りの整数ができるでしょう。

「0を2枚とも使うわけではない」ということは，「0，0，1，2，3の5枚のカードを使う」のではなくて，「0，1，2，3の4枚のカードを使う」ことになります。

千の位に0を使ってはいけないことを無視すると，カードは4枚あるので千の位は4通り，百の位は3通り，十の位は2通り，一の位は1通りになります。



実際には，百の位では0を使ってはいけないので，百の位だけは1通り減って，3通りになります。



したがって， $3 \times 3 \times 2 \times 1 = 18$ (通り)できます。

(1)で，0を2枚とも使うときは18通りあることがわかり，
(2)で，「0を2枚とも使うわけではない」ときも18通りあることがわかりましたから，
全部で， $18 + 18 = 36$ (通り)できます。

ステップ① 8

(1) 1回目に5が出ると, $A \xrightarrow{1} B \xrightarrow{2} C \xrightarrow{3} D \xrightarrow{4} A \xrightarrow{5} B$ となってBに進み, 2回目に6が出ると, $B \xrightarrow{1} C \xrightarrow{2} D \xrightarrow{3} A \xrightarrow{4} B \xrightarrow{5} C \xrightarrow{6} D$ となってDに進みます。

- (2) Aからスタートして, 1が出れば, Bに進みます。
 また, Aからスタートして, 5が出ても, Bに進みます。
 Aからスタートして, 9が出ても, Bに進みます。
 Aからスタートして, 13が出ても, Bに進みます。

この問題では, さいころを2回ふってBにくるようにするのです。

ですから, 2回の目の和が, 1, 5, 9, 13, ... になればよいです。

しかし, 2回の目の和が1になることはありません。

また, 2回の目の和は, 最大で $6+6=12$ ですから, 和が13以上になることはありません。

よって, 2回の目の和が, 5, 9になるときが何通りあるかを求めることになります。

2回の目の和が5になるときは, (1回目, 2回目) = (1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1) の4通りあります。

2回の目の和が9になるときは, (1回目, 2回目) = (3, 6), (4, 5), (5, 4), (6, 3) の4通りあります。

よって答えは, $4+4=8$ (通り) です。

注意 (1回目, 2回目) が (2, 3) と (3, 2) は同じではありません。注意しましょう。

それから, さいころの目は6までしかないので, (1, 8) などはありませんが, それらをカウントしてしまうミスをする人が多いので, 注意しましょう。

ステップ① 9

真ん中の円には色をぬらないことに注意しましょう。

場所はア～エの 4 個あり、色は{赤, 青, 黄}の 3 色しかないので、どこか 2 か所に同じ色をぬらなければなりません。

となり合う部分を同じ色にするのはダメなので、「アとウを同じ色」または、「イとエを同じ色」しかありえません。

「アとウを同じ色」にする場合、その「アとウ」を、赤, 青, 黄のどれにするかで、まず 3 通りのぬり分け方があります。

たとえば「アとウ」を赤にした場合、(イ, エ)=(青, 黄), (黄, 青)の 2 通りがあります。

「アとウ」を青にする場合、「アとウ」を黄にする場合も、同じようにして 2 通りずつあります。

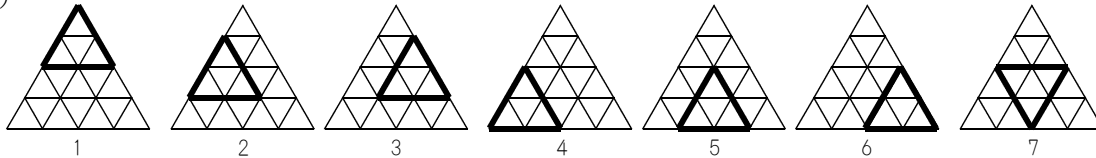
「よって、アとウを同じ色」にする場合は、 $3 \times 2 = 6$ (通り) のぬり分け方があります。

「イとエを同じ色」にする場合も、まったく同じようにして 6 通りのぬり分け方があります。

全部で $6 \times 2 = 12$ (通り) のぬり分け方があることになります。

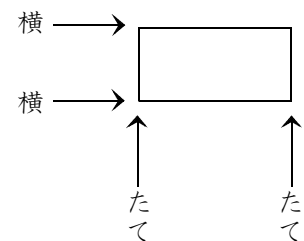
ステップ① 10

(1)

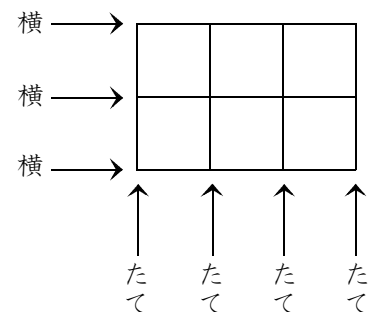


5番目の図，7番目の図を忘れやすいです。答えは7通りです。

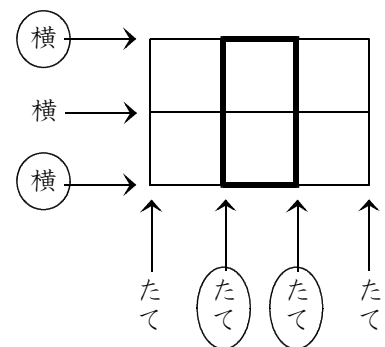
(2) 正方形や長方形には，当たり前ですが横の辺が2本と，たての辺が2本あります。



(2)の図には，横の辺の候補が3本，たての辺の候補が4本あります。



たとえば，右の図のマルをつけた横の辺2本，たての辺2本を採用したとすると，太線のように長方形が決まります。



よって，横の辺の候補の3本のうちの2本，たての辺の候補の4本のうちの2本を選べば，正方形や長方形を決定することができます。

横の辺の選び方は，3本中2本ですから， $(3 \times 2) \div 2 = 3$ (通り)，たての辺の選び方は，4本中2本ですから， $(4 \times 3) \div 2 = 6$ (通り)あります。

よって，正方形や長方形は， $3 \times 6 = 18$ (個)できることがわかりました。

ステップ② 1 (1)

まずは、ステップ① 6 のような、「数の組み合わせ」を求めます。

たとえば「1, 4, 6」という組み合わせと、「1, 6, 4」という組み合わせは同じです。

「1, 4, 6」のように、「小, 中, 大」となっている組み合わせのみOKとします。

たとえば「2, 5, 4」はだめですね。「2, 4, 5」ならOKです。

はじめに、小として1を選んだとしましょう。残り2個の和は、 $11 - 1 = 10$ にしなければならないので、「1, 4, 6」と「1, 5, 5」の2通りです。…(ア)

小として2を選んだとしましょう。残り2枚の和は、 $11 - 2 = 9$ にしなければならないので、「2, 3, 6」と「2, 4, 5」の2通りです。…(イ)

小として3を選んだとしましょう。残り2枚の和は、 $11 - 3 = 8$ にしなければならないので、「3, 3, 5」と「3, 4, 4」の2通りです。…(ウ)

小のカードとして4を選んだら、「小, 中, 大」として「4, 4, 4」としても、和は11にはなりません。なので、1通りもありません。

3個の整数の和が11になるのは、(ア), (イ), (ウ)によって、「1, 4, 6」, 「1, 5, 5」, 「2, 3, 6」, 「2, 4, 5」, 「3, 3, 5」, 「3, 4, 4」の6通りあることがわかりました。

しかし答えは6通りではありません。なぜなら、さいころには「A, B, C」と名前がついているからです。

たとえば、「Aさんに1億円, Bさんに4億円, Cさんに6億円」渡すのと、「Aさんに4億円, Bさんに1億円, Cさんに6億円」渡すのでは、(AさんやBさんの立場に立ってみれば)明らかにちがいますよね。

よって、たとえば「1, 4, 6」の場合でも、A, B, Cにどれを渡すかによって、何通りも渡し方が変わるわけです。

「1, 4, 6」の場合、「A, B, C」=「1, 4, 6」, 「1, 6, 4」, 「4, 1, 6」, 「4, 6, 1」, 「6, 1, 4」, 「6, 4, 1」の6通りが出ます。つまり、「1, 4, 6」のような、3個ともちがう整数の場合は、6通りが出るわけです。

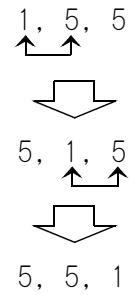
(次のページへ)

「1, 5, 5」の場合は, 6 通りではありません。

「1, 5, 5」のうちの 1 の場所を移動させることによって,
「1, 5, 5」, 「5, 1, 5」, 「5, 5, 1」の 3 通りが出ます。

「2, 3, 6」の場合は, 3 個ともちがう整数の場合ですから,
6 通りです。

このように考えていくと, 右の表のようになりますから,
全部で $6+3+6+6+3+3=27$ (通り) になります。



1, 4, 6	→ 6通り
1, 5, 5	→ 3通り
2, 3, 6	→ 6通り
2, 4, 5	→ 6通り
3, 3, 5	→ 3通り
3, 4, 4	→ 3通り

ステップ② 1 (2)

この問題は、「6 個中 3 個の選び方」、つまり、 $(6 \times 5 \times 4) \div 6 = 20$ (通り) が答えです。

なぜ「6 個中 3 個の選び方」で、答えが求められるかを、説明していきます。

たとえば、1 から 6 までのさいころの目のうち、「1, 2, 3」の 3 個を選んだとしましょう。

そうすると、「 $A > B > C$ 」となるためには、「1, 2, 3」ではダメで、「3, 2, 1」と並び替えないといけません。他の並び替え、たとえば「3, 1, 2」ではダメです。

このようにして、3 個を選んだら、そのあとの並び替え方はただ 1 通りに決まる。

どの 3 個を選んでも、そのあとの並び替え方はただの 1 通り。

よって、6 個のさいころの目のうち、どの 3 個を選べばよいか、その選び方が何通りあるかで、答えが決まってしまうのです。

「6 個中 3 個の選び方」は、 $(6 \times 5 \times 4) \div 6$ で求められますから、答えは **20** 通りになるわけです。

ステップ② 2

- (1) A の出し方は、「グー」か「チョキ」か「パー」かの、3通りあります。

A が「グー」を出したからといって、B が「グー」を出せないような決まりはありませんから、A の出し方それぞれに対して、B も「グー」か「チョキ」か「パー」かの、3通りの出し方があります。

同じようにして、C も3通り、D も3通りありますから、全部で、 $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$ (通り)の出し方があります。

- (2) 1人だけが勝つといっても、どの1人を選ぶかによって、「Aだけが勝つ」「Bだけが勝つ」「Cだけが勝つ」「Dだけが勝つ」の4通りが考えられます。

「Aだけが勝つ」場合を考えてみましょう。

A だけが勝つといっても、「A だけがグーで勝つ(他の4人はチョキを出して負ける)」、「A だけがチョキで勝つ(他の4人はパーを出して負ける)」、「A だけがパーで勝つ(他の4人はグーを出して負ける)」の3通りあります。

「A だけが勝つ」も、「B だけが勝つ」も、「C だけが勝つ」も、「D だけが勝つ」も、それぞれ3通りずつありますから、全部で、 $4 \times 3 = 12$ (通り)あります。

- (3) 2人だけが勝つといっても、どの2人を選ぶかによって、「AとBだけが勝つ」「AとCだけが勝つ」「AとDだけが勝つ」「BとCだけが勝つ」「BとDだけが勝つ」「CとDだけが勝つ」の6通りが考えられます。

注意 「4人中、勝つ人を2人選ぶ」ということですから、 $(4 \times 3) \div 2 = 6$ という計算でも求められます。

A と B だけが勝つといっても、「A と B だけがグーで勝つ(C と D はチョキを出して負ける)」、「A と B だけがチョキで勝つ(C と D はパーを出して負ける)」、「A と B がパーで勝つ(C と D はグーを出して負ける)」の3通りあります。

4人中、勝つ人を2人選ぶ方法が6通りあって、そのそれぞれについて勝ち方が3通りずつありますから、全部で $6 \times 3 = 18$ (通り)あります。

(次のページへ)

(4) (1)で、4人の手の出し方が81通りあることがわかっています。

あいこになる手の出し方は、81通りから、「あいこにならないような手の出し方」の場合の数を引くことによって、求めることができます。

「あいこにならないような手の出し方」とは、「勝負が決まる手の出し方」のことです。

勝負の決まり方の中には、「0人が勝つ」、つまり全員が負けるような決まり方はありませんし、「4人が勝つ」、つまり全員が勝つような決まり方ありません。

よって、勝負の決まり方は、「1人だけが勝つ」、「2人が勝つ」、「3人が勝つ」の、いずれかしかありません。

「1人だけが勝つ」のは、(2)で求めた通り12通りあります。

「2人が勝つ」のは、(3)で求めた通り18通りあります。

「3人が勝つ」のは、「1人だけが負ける」ことなので、「1人だけが勝つ」のと同じく、12通りあります。

よって、勝負が決まるような手の出し方は、 $12+18+12=42$ (通り)です。

4人の手の出し方が81通りあるうちの、勝負が決まるような手の出し方は42通りですから、あいこになるような手の出し方は、 $81-42=39$ (通り)です。

ステップ② 3 (1)

三角形が「直角三角形」になるためには、ある大切な条件があります。

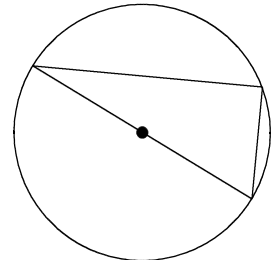
円周上の点3個で三角形を作るとき、

1 辺が直径ならば、三角形は直角三角形になる。

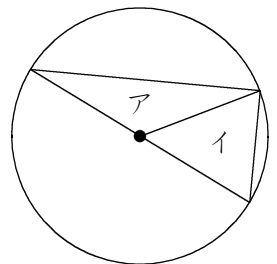
という条件を利用することが、この問題を解くために最も大切なことです。

なぜ1 辺が直径ならば、直角三角形になるのかを、以下に説明します。

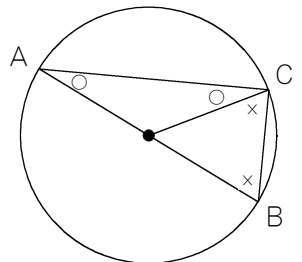
右図のように、直径を1 辺とする三角形があったとします。



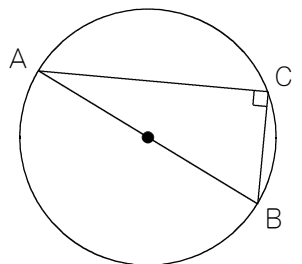
円の中心から線を引いて、2つの三角形アとイに分けると、半径はみな同じ長さなので、三角形アもイも二等辺三角形になります。



よって、右図の○と○、×と×は同じ角度です。
三角形の内角の和は180 度なので、○ ○ × × が180 度ということになります。

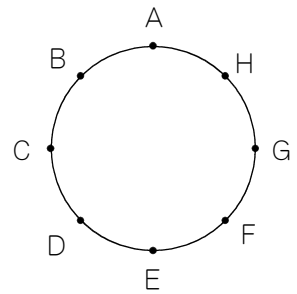


よって○ × は、 $180 \div 2 = 90$ (度) になり、
角Cは直角になります。

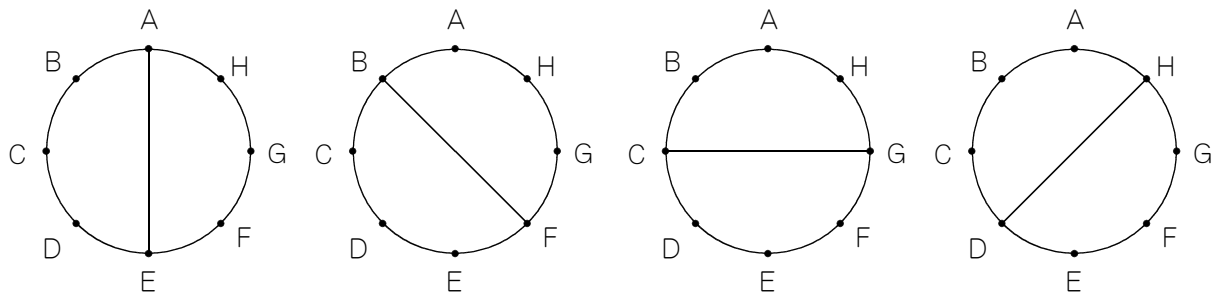


(次のページへ)

したがって、A～Hの8個の点から3個を取って直角三角形を作るとき、必ず1辺は直径でなければなりません。

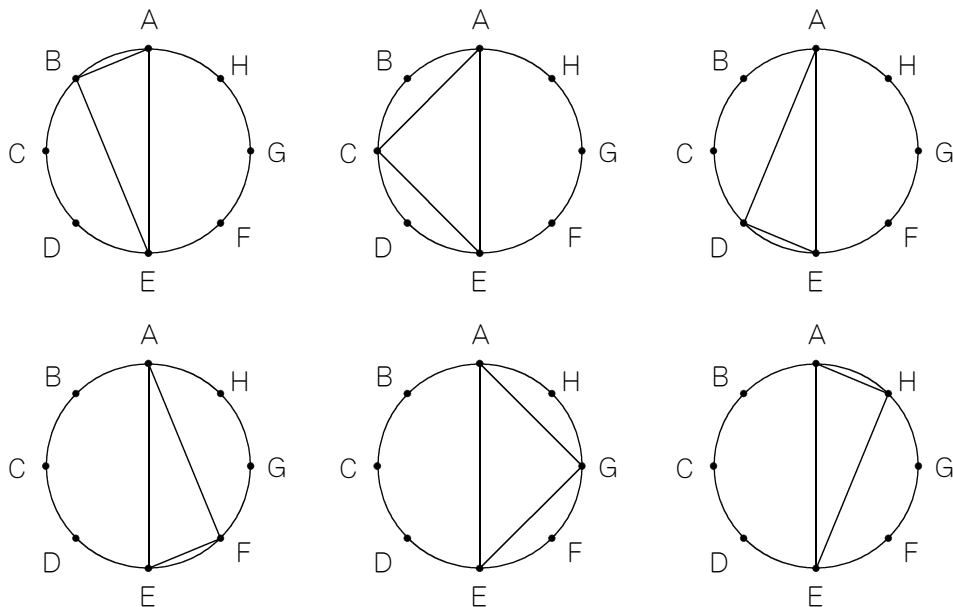


直径の作り方は、AE, BF, CG, DHの4パターンあります。



4パターンのうち、たとえばAEを直径とする場合なら、三角形の3つの点のうち、A, Eを使うことは決まっています。

もう1つの点の選び方は、AとE以外の、B, C, D, F, G, Hの6通りありますから、下図のように、6通りの直角三角形ができます。



直径の作り方は4パターンあって、どのパターンも6通りずつ直角三角形ができますから、全部で、 $6 \times 4 = 24$ (個)の直角三角形ができます。

ステップ② 3 (2)

たとえば、右の(図①)と(図②)の三角形は合同ですよね。

この2つの三角形を、「三角形ABG」と「三角形BDE」のように区別しないで、同じ三角形として名付けるには、どう名付けたらよいのでしょうか。

この2つの三角形を、「125」と名付けることにします。

円周は8目もり分ですが、右の図のアは1目もり分、イは2目もり分として、ウは残りの $8-(1+2)=5$ 目もり分と考えるのです。

「125」はOKですが、「251」などは「125」と同じ三角形なのでダメですね。つまり、「小・中・大」の順になっていないものはダメです。(ただし、小=中などとなっているのはOKです。)

円周は8目もり分ですから、「小・中・大」の和が8になるように書いていきます。

1種類目は、「125」ではなくて「116」です。小=中はOKでしたよね。「116」は、右の図のような三角形です。

2種類目が「125」です。

3種類目は、「134」です。

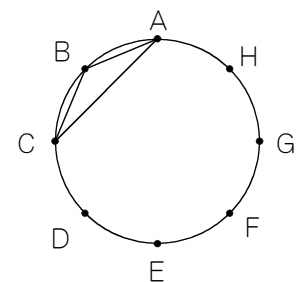
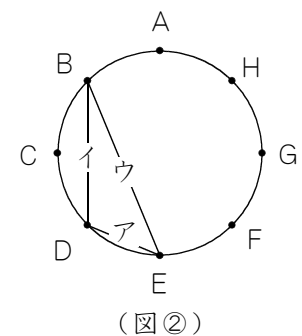
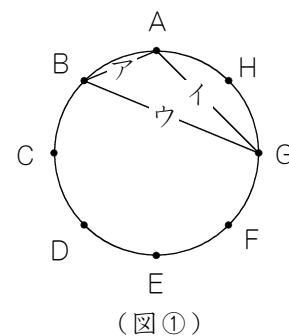
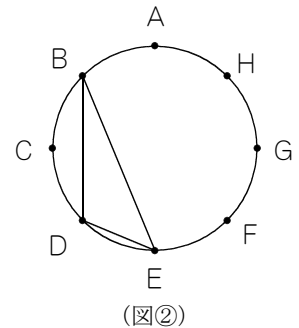
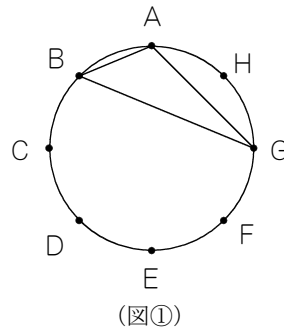
4種類目は、「143」ではありません。「小・中・大」となっていないのでダメです。

4種類目は、もう、小が1であるのは無理なので、小を2にしますが、「215」はダメです。「224」がOKです。

5種類目は、「233」です。

もう、小が2であるのは無理なので、次は小が3であるのを考えますが、たとえば「333」にしたとしても和は $3+3+3=9$ になってしまい、和を8にするのは無理です。

以上のことから、合同な三角形は5種類あることがわかりました。

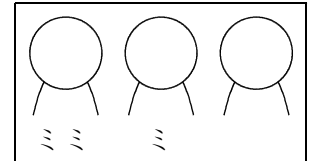


ステップ② 4

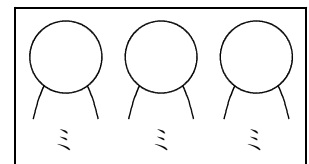
このような問題では、3個もあるミカンをどのように配るかについて考えましょう。

3人に2個ずつくだものを分けるのですから、ミカン3個を1人だけにすべて配ることは無理です。

よって、ミカン3個を、
「1人に2個配り、他の1人に1個配る」か、

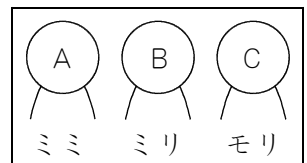
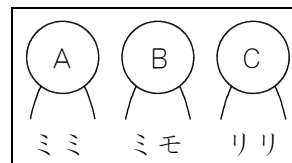


「3人に1個ずつ配る」かの、
どちらかの配り方しかありません。



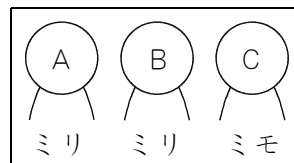
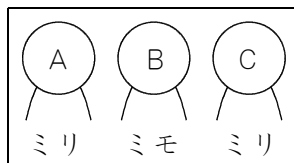
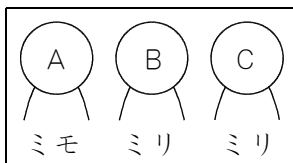
ミカンを「1人に2個配り、他の1人に1個配る」という場合、2個配る人を3人のうちのだれにするか、1個配る人を残り2人のうちのどちらにするかによって、 $3 \times 2 = 6$ (通り)の配り方があります。

たとえば、ミカンを2個配った人がAで、1個配った人がBの場合、1個のモモを配る人をBにするかCにするかで、2通りありえます。モモを配ったら、リンゴの配り方は自然と決まります。



6通りのミカンの配り方それぞれについて、モモの配り方は2通りずつありますから、 $6 \times 2 = 12$ (通り)になります。

ミカンを「3人に1個ずつ配る」場合、1個のモモを配る人をAにするかBにするかCにするかによって、3通りありえます。モモを配ったら、リンゴの配り方は自然と決まります。

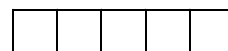


したがって、ミカンを「1人に2個配り、他の1人に1個配る」という場合は12通り、ミカンを「3人に1個ずつ配る」場合は3通りですから、全部で、 $12 + 3 = 15$ (通り)の配り方があることになります。

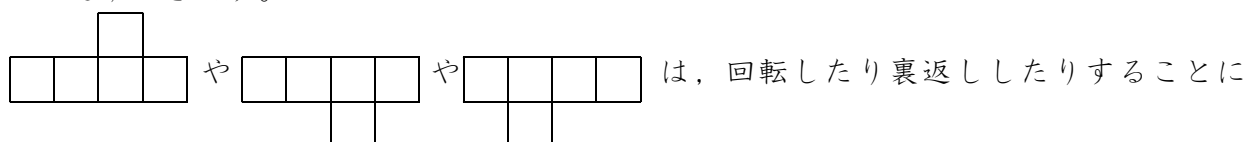
ステップ② 5

正方形何個をまっすぐくっつけるかによって、場合分けします。

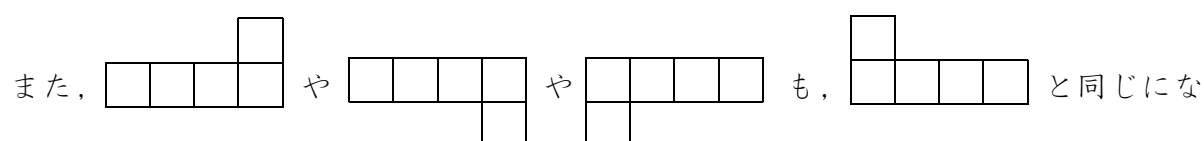
- ・ 正方形5個をまっすぐくっつける場合
右の図の1通りしかありません。



- ・ 正方形4個をまっすぐくっつける場合
残り1個の正方形をどこにくっつけるかによって、 と の
2通りできます。



よって、 と同じになりますから、カウントしてはいけません。



りますから、カウントしてはいけません。

- ・ 正方形3個をまっすぐくっつける場合
残り2個の正方形を の状態でくっつけるか、1個ずつバラバラでくっつけるかによって、さらに場合分けします。

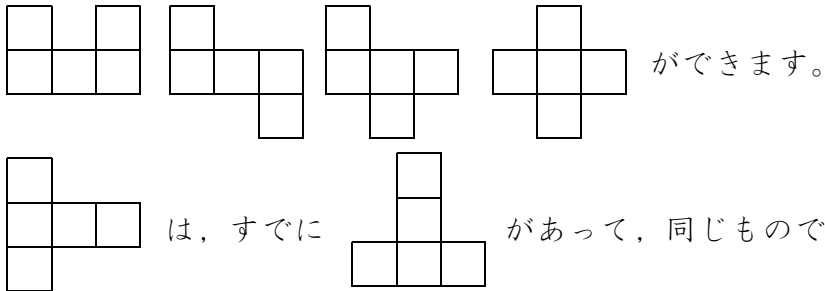
- ・ の状態でくっつける場合

横の状態のままくっつけると、 と ができます。

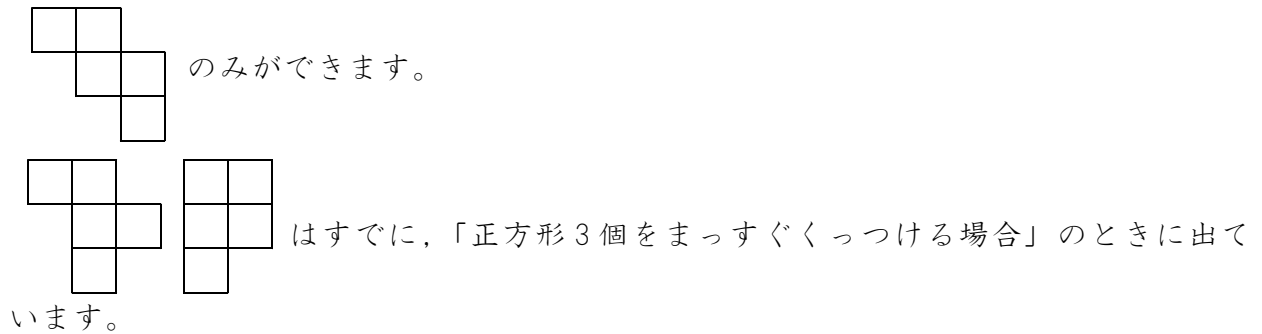
たてにしてくっつけると、 と ができます。

(次のページへ)

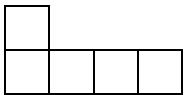
・ 1個ずつバラバラでくっつける場合



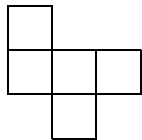
・ 正方形2個をまっすぐくっつける場合



ア

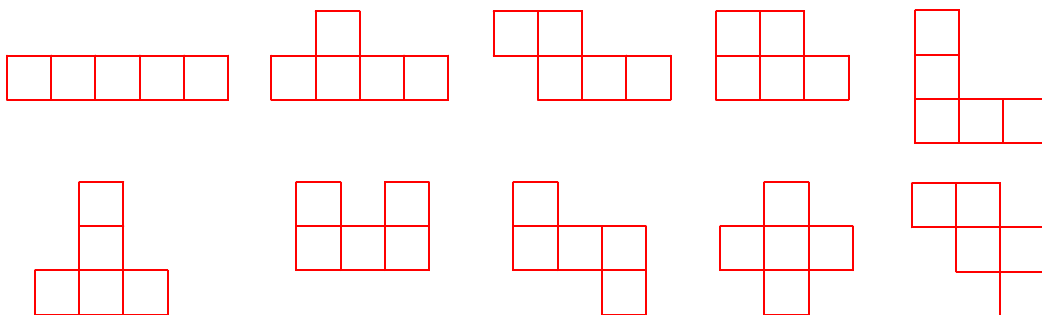


イ



と

を除くと、次の10種類のペントミノがあります。



ステップ② 6 (1)

さいころの目は1から6なので、さいころを1回だけふると、最も多く進んでGに行きます。

さいころを1回だけふって、Iを行きすぎることはありえませんが、2回ふってちょうどIにたどりつければよいことになります。

Aから8目もり進めばIに着きますから、さいころを2回ふったときの目の和が8になればよいわけです。

よって、(1回目, 2回目)のさいころの目が, (2, 6), (3, 5), (4, 4), (5, 3), (6, 2)のいずれかが出ればよいわけなので、答えは5通りです。

注意 さいころの目は6までなので、(1, 7)などはありませんことに注意しましょう。

ステップ② 6 (2)

(1)と同じように考えると，さいころを3回ふったときの目の和が8になれば終了しますし，または，さいころを2回ふったときの目の和が9以上であっても，3回目の目がうまく出れば，終了することもあります。

- ・さいころを3回ふったときの目の和が8になる場合

3回の目の和が8になるような組み合わせは，「116」「125」「134」「224」「233」のみです。

「116」の場合…(1回目，2回目，3回目)=(1, 1, 6), (1, 6, 1), (6, 1, 1)の3通りがあります。

「125」の場合…(1回目，2回目，3回目)=(1, 2, 5), (1, 5, 2), (2, 1, 5), (2, 5, 1), (5, 1, 2), (5, 2, 1)の6通りがあります。

「134」の場合…「125」の場合と同様に，6通りがあります。

「224」の場合…「116」の場合と同様に，3通りがあります。

「233」の場合…「116」の場合と同様に，3通りがあります。

よって， $3+6+6+3+3=21$ (通り)あります。

- ・さいころを2回ふったときの目の和が9になる場合

2回ふったときに，Hに着きます。3回目に1が出れば，終了です。

(1回目，2回目，3回目)=(3, 6, 1), (4, 5, 1), (5, 4, 1), (6, 3, 1)の4通りです。

- ・さいころを2回ふったときの目の和が10になる場合

2回ふったときに，Gに着きます。3回目に2が出れば，終了です。

(1回目，2回目，3回目)=(4, 6, 2), (5, 5, 2), (6, 4, 2)の3通りです。

- ・さいころを2回ふったときの目の和が11になる場合

2回ふったときに，Fに着きます。3回目に3が出れば，終了です。

(1回目，2回目，3回目)=(5, 6, 3), (6, 5, 3)の2通りです。

- ・さいころを2回ふったときの目の和が12になる場合

2回ふったときに，Eに着きます。3回目に4が出れば，終了です。

(1回目，2回目，3回目)=(6, 6, 4)の1通りです。

さいころを2回ふったときの目の和が13以上になる場合はありえないので，全部で $21+4+3+2+1=31$ (通り)です。

(次のページへ)

別解 さいころを1回ふったところで終了するような目の出方はありません。

さいころを2回ふったところで終了するような目の出方は、(1)で求めたように、5通りあります。

さいころは1から6までの6通りの目の出方がありますから、さいころを2回ふったときの目の出方は、 $6 \times 6 = 36$ (通り)あります。

その36通りのうち、2回ふったところで終了するような目の出方は5通りあるのですから、2回ふっても終了しないような目の出方は、 $36-5=31$ (通り)です。

この、終了しない31通りは、実は3回目で、必ず終了させることができるのです。

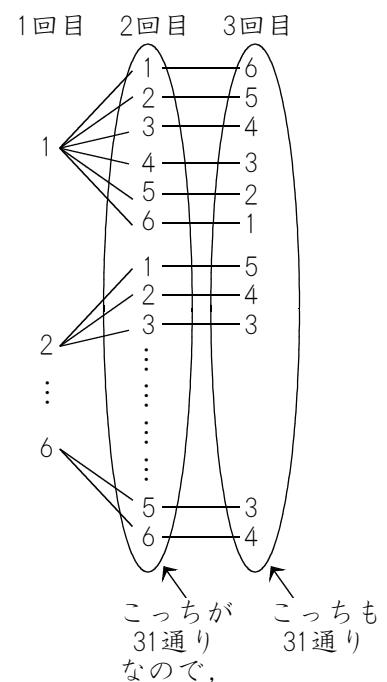
たとえば、(1回目, 2回目)=(1, 1)なら、2回目が終わったときにCにいますね。
このとき、3回目で6を出せば、終了になります。

たとえば、(1回目, 2回目)=(2, 3)なら、2回目が終わったときにFにいますね。
このとき、3回目で3を出せば、終了になります。

たとえば、(1回目, 2回目)=(5, 4)なら、2回目が終わったときにHにいますね。
このとき、3回目で1を出せば、終了になります。

このようにして、さいころを2回ふったときに終了しないような31通りのそれぞれに対して、3回目に必ず終了させることができます。

よって、答えも **31** 通りになります。



ステップ③ 1 (1)

右の図のように書いていってもできますが、
計算で求める方法を理解しましょう。

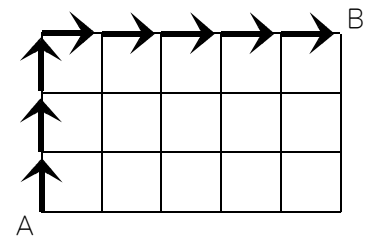
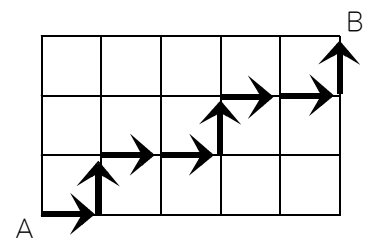
		4	10	20	35	56	B
1							
1		3	6	10	15		21
1		2	3	4	5		6
A	1	1	1	1	1	1	

たとえば右の図のように進んだとき、たてに3本、
横に5本進んでいます。

この図の場合は、 $\rightarrow \uparrow \rightarrow \rightarrow \uparrow \rightarrow \rightarrow \uparrow$ の
ように進んでいます。

右の図のように進んだときも、やはりたてに3本、
横に5本進んでいます。

この図の場合は、 $\uparrow \uparrow \uparrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow$ の
ように進んでいます。



A から B へ最短距離で進むときは、どのように進んでも、必ずたてに3本、横に5本
進むことになります。

$\rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow$ ではいけませんね。横ばかり8本だからです。

この8本の横の矢印のうち、3本をたてにすればよいわけです。

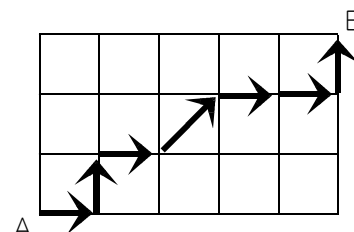
つまり、「8本中3本を選ぶ」ということですから、 $\frac{8 \times 7 \times 6}{3 \times 2 \times 1} = 56$ (通り) となります。

ステップ③ 1 (2)

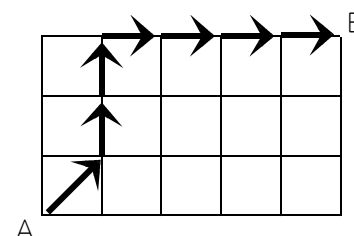
(1)を，図に数を書きこんでいって解いた人は，(1)の書きこまない解き方を理解してから，この(2)の解説を読みましょう。

ななめの道を1回だけ通るので，たとえば右の図のような通り方になります。

この図の場合は， $\rightarrow \uparrow \rightarrow \nearrow \rightarrow \rightarrow \uparrow$ のように進んでいて，たてに2本，横に4本，ななめに1本進んでいます。



右の図のように進む場合も，やはりたてに2本，横に4本，ななめに1本進んでいます。



AからBへ，ななめの道を1区間だけ通って最短距離で進むときは，どのように進んでも，必ずたてに2本，横に4本，ななめに1本進みます。

$\rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow$ ではいけませんね。横ばかり7本だからです。

この7本の横の矢印のうち，たてを2本，ななめを1本に変更すればよいわけです。

つまり，「7本中3本を選んで横の矢印でない状態にして，さらにその3本のうち1本をななめの矢印にする」ということです。

「7本中3本を選ぶ」方法は， $\frac{7 \times 6 \times 5}{3 \times 2 \times 1} = 35$ (通り)あり，その3本の中から1本選ぶ方法は3通りありますから，全部で $35 \times 3 = 105$ (通り)あります。

ステップ③ 2

(1) 1 から 10 までの 10 枚のカードの和は、 $(1+10) \times 10 \div 2 = 55$ です。

いま、8 枚を取り出して、和を 45 にしたいということは、残った $10 - 8 = 2$ (枚)の和を、 $55 - 45 = 10$ にするということです。

2 枚の和が 10 になるような残し方は、 $(1, 9), (2, 8), (3, 7), (4, 6)$ の 4 通りです。

(2) 1 から 10 までの 10 枚のカードの和は、(1)で求めた通り 55 です。

いま、取り出したカードの和を 45 にしたいということは、残ったカードの和を、 $55 - 45 = 10$ にするということです。

(1)の問題とちがうのは、2 枚の和を 10 にするというのではなく、何枚でもいいから和を 10 にするというところです。

1 枚で 10 にするためには、10 というカード 1 枚のみ残せばよいです。

2 枚で 10 にするためには、(1)で求めたように、4 通りの残し方があります。

3 枚で 10 にするためには、 $(1, 2, 7), (1, 3, 6), (1, 4, 5), (2, 3, 5)$ の 4 通りの残し方があります。

4 枚で 10 にするためには、 $(1, 2, 3, 4)$ の 1 通りしかありません。

全部で、 $1 + 4 + 4 + 1 =$ 10(通り)の残し方があります。

ステップ③ 3 (1)

4けたの整数を作るときに、右はしのカードを 456 , 23 , 1 のどれにするかによって場合分けします。

・「右はしのカードを 456 にするとき」

456 は3けたですから、その左にあと1けたぶん必要です。

1けたの整数は 1 ですから、その右に 456 をくっつけて、1456 の1通りができます。

・「右はしのカードを 23 にするとき」

23 は2けたですから、その左にあと2けたぶん必要です。

2けたの整数は、11 , 23 の2通りありますから、それぞれの右に 23 をくっつけた、1123 , 2323 の2通りができます。

・「右はしのカードを 1 にするとき」

1 は1けたですから、その左にあと3けたぶん必要です。

3けたの整数は、111 , 123 , 231 , 456 の4通りありますから、それぞれの右に 1 をくっつけた、1111 , 1231 , 2311 , 4561 の4通りができます。

以上、全部で $4+2+1=7$ (通り) の4けたの整数ができます。

ステップ③ 3 (2)

(1)の4けたの整数を作り方をもう一度見てみましょう。

右はしのカードを 456 にするときは、あと1けたぶん必要ですから、1けたの整数の作り方を1通りにしました。

右はしのカードを 23 にするときは、あと2けたぶん必要ですから、2けたの整数の作り方を2通りにしました。

右はしのカードを 1 にするときは、あと3けたぶん必要ですから、3けたの整数の作り方を7通りにしました。

(4けたの作り方)
 $= (1\text{けたの作り方}) + (2\text{けたの作り方}) + (3\text{けたの作り方})$
 $= 1 + 2 + 4$
 $= 7(\text{通り})$ となりました。

けた	1	2	3	4
通り	1	2	4	7

同じように考えると、5けたの整数の作り方は、
 $(2\text{けたの作り方}) + (3\text{けたの作り方}) + (4\text{けたの作り方})$
 $= 2 + 4 + 7$
 $= 13(\text{通り})$ となります。

けた	1	2	3	4	5
通り	1	2	4	7	13

このように、前の3つの作り方の和が、次のけたの作り方になります。

フィボナッチ数列の作り方と似ていますね。

下の図のようにどんどん求めていくと、10けたの整数は 274 通り作ることができることとなります。

けた	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
通り	1	2	4	7	13	24	44	81	149	274