

演習問題集6年上第11回・くわしい解説

目次		
ステップ①	1	 p.2
ステップ①	2	 p.12
ステップ①	3	 p.18
ステップ①	4	 p.21
ステップ①	5	 p.22
ステップ①	6	 p.23
ステップ②	1	 p.24
ステップ②	2	 p.28
ステップ②	3	 p.31
ステップ②	4	 p.35
ステップ②	5	 p.36
ステップ③	1	 p.40
ステップ③	2	 p.41
ステップ③	3	 p.43

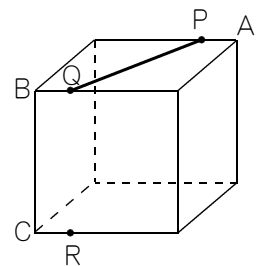
ステップ① 1 (1)

切り口の線を書くときのルールがあります。しっかり身につけましょう。

- ・ 切り口の線は立体の表面にできて内部を通らない。
- ・ 平行な平面にできる2本の切り口の線は平行になる。
- ・ 切り口の3つの線を延長すると1点で交わる。

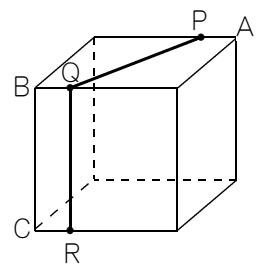
P から Q は、切り口の線を引いて OK です。

P Q は、立方体の上の面にあるからです。



Q から R は、切り口の線を引いて OK です。

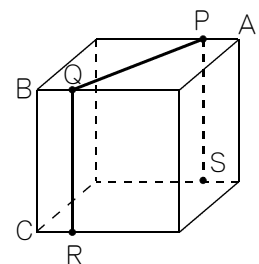
Q R は、立方体の前の面にあるからです。



しかし、R から P は、切り口の線を引いてはダメです。

R P は、立方体の内部を通っているからです。

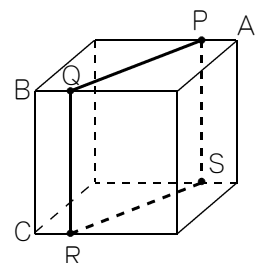
前の面の切り口の線である Q R と平行になるように、
後ろの面に切り口の線 P S を引きます。



S から R は、切り口の線を引いて OK です。

S R は、立方体の下の面にあるからです。

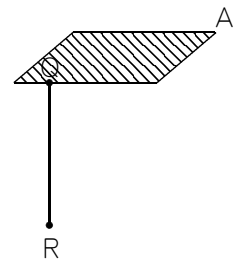
しかも S R は、上の面にある切り口の線である P Q と
平行になっています。



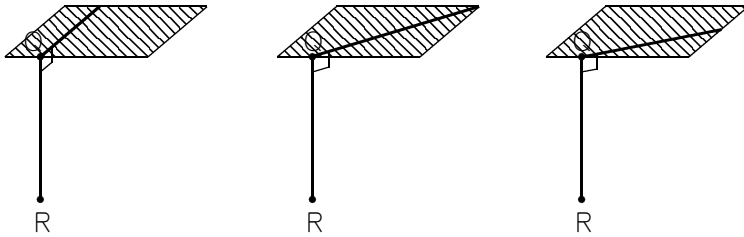
これで、切り口の図形である四角形 P Q R S ができました。

(次のページへ)

辺 QR は，上の面に垂直になっています。

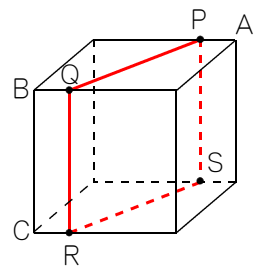


このとき， Q から上の面のどこに向かって線を引いても，辺 QR と垂直になります。



よって，右の図の四角形 $PQRS$ はどの角も直角となり，長方形か正方形になります。

辺 QR は立方体の1辺と同じ長さで，辺 PQ はそれよりも長いので，四角形 $PQRS$ は長方形です。よって答えは **コ** です。

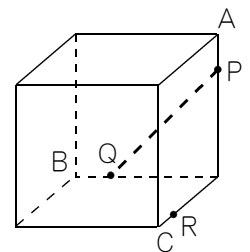


ステップ① 1 (2)

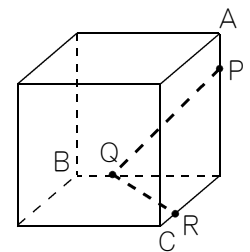
切り口の線を書くときのルールがあります。しっかり身につけましょう。

- ・ 切り口の線は立体の表面にできて内部を通らない。
- ・ 平行な平面にできる2本の切り口の線は平行になる。
- ・ 切り口の3つの線を延長すると1点で交わる。

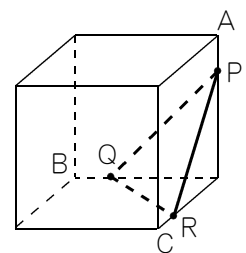
P から Q は，切り口の線を引いて OK です。
P Q は，立方体の後ろの面にあるからです。



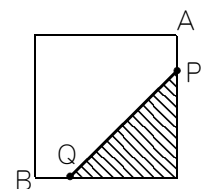
Q から R も，切り口の線を引いて OK です。
Q R は，立方体の下の面にあるからです。



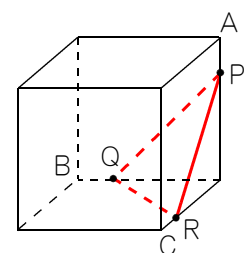
R から P も，切り口の線を引いて OK です。
R P は，立方体の右の面にあるからです。



P Q は，直角をはさむ2辺が $4-1=3$ (cm) の直角二等辺三角形の
ななめの辺になっています。



Q R，R P も同じように考えると，P Q，Q R，R P は同じ長さ
です。



したがって三角形 P Q R は正三角形になり，答えは オ です。

ステップ① 1 (3)

切り口の線を書くときのルールがあります。しっかり身につけましょう。

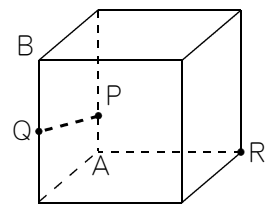
- ・ 切り口の線は立体の表面にできて内部を通らない。
- ・ 平行な平面にできる2本の切り口の線は平行になる。
- ・ 切り口の3つの線を延長すると1点で交わる。

P から Q は，切り口の線を引いて OK です。

P Q は，立方体の左の面にあるからです。

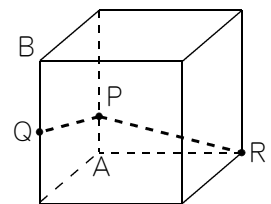
しかし，Q から R は，切り口の線を引いてはダメです。

Q R は，立方体の内部を通っているからです。

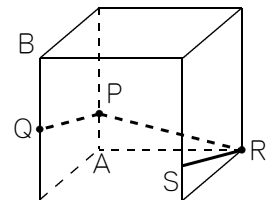


R から P は，切り口の線を引いて OK です。

R P は，立方体の後ろの面にあるからです。



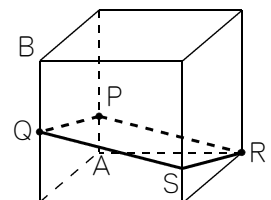
左の面の切り口の線である P Q と平行になるように，
右の面に切り口の線 R S を引きます。



S から Q は，切り口の線を引いて OK です。

S Q は，立方体の前の面にあるからです。

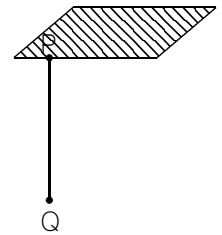
しかも S Q は，後ろの面にある切り口の線である R P と
平行になっています。



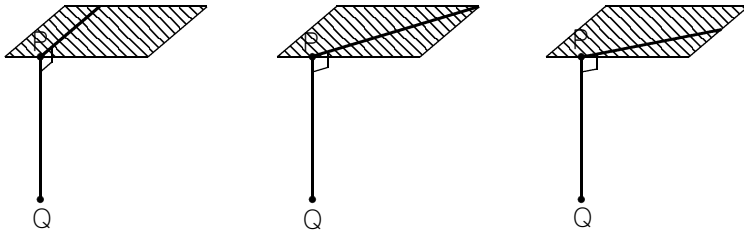
これで，切り口の図形である四角形 P Q S R ができました。

(次のページへ)

もし、ある辺PQが、どこかの面に垂直になっていたら、

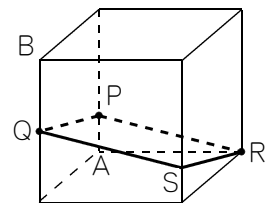


このとき、Pから面のどこに向かって線を引いても、辺PQと垂直になります。

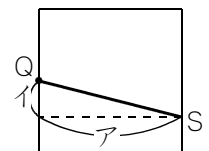


しかし、今の四角形PQSRの場合は、PQ, QS, SR, RPのどの辺も、面に垂直ではありません。

よって四角形PQSRには直角になっている角はないので、四角形PQSRは長方形や正方形ではありません。

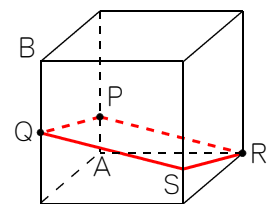


ところで、PQ, QS, SR, RPのどの辺も、右の図の辺QSのように、ア：イ＝「4：1ななめ」になっているので、同じ長さです。



4つの辺の長さが同じで、4つの角はどれも直角ではない四角形といえば、「ひし形」ですね。

よって答えは **ケ** です。

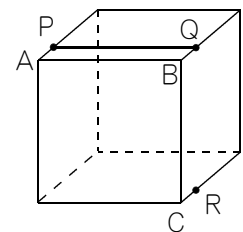


ステップ① 1 (4)

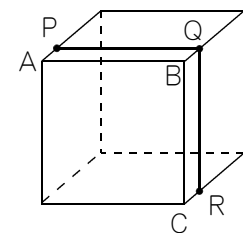
切り口の線を書くときのルールがあります。しっかり身につけましょう。

- ・ 切り口の線は立体の表面にできて内部を通らない。
- ・ 平行な平面にできる2本の切り口の線は平行になる。
- ・ 切り口の3つの線を延長すると1点で交わる。

P から Q は，切り口の線を引いて OK です。
P Q は，立方体の上の面にあるからです。

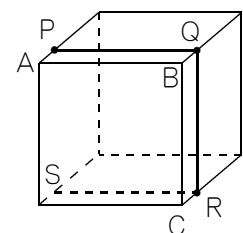


Q から R も，切り口の線を引いて OK です。
Q R は，立方体の右の面にあるからです。

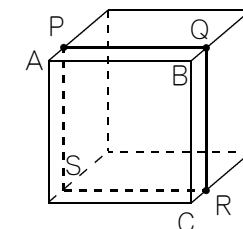


しかし，R から P は，切り口の線を引いてはダメです。
R P は，立方体の内部を通っているからです。

上の面の切り口の線である P Q と平行になるように，
下の面に切り口の線 R S を引きます。



S から P は，切り口の線を引いて OK です。
S P は，立方体の左の面にあるからです。

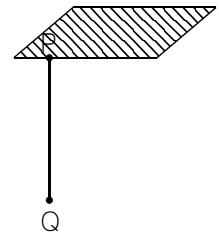


しかも S P は，右の面にある切り口の線である R Q と
平行になっています。

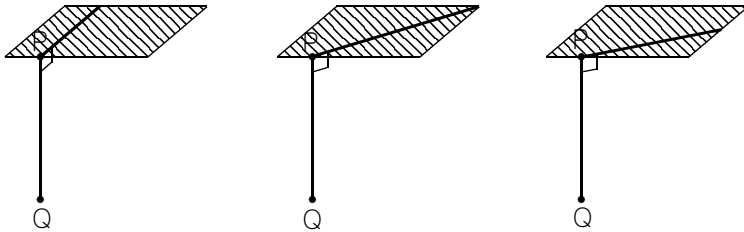
これで，切り口の図形である四角形 P Q R S ができました。

(次のページへ)

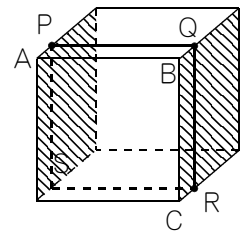
もし、ある辺 PQ が、どこかの面に垂直になっていたら、



このとき、 P から面のどこに向かって線を引いても、辺 PQ と垂直になります。

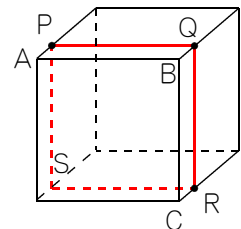


今の四角形 $PQRS$ の場合は、 PQ は左の面や右の面と垂直になっていますから、辺 PQ と QR は垂直であり、辺 PQ と SP も垂直です。



よって、四角形 $PQRS$ は角がどれも直角ですから、長方形か正方形になります。

辺 PQ 、 QR 、 RS 、 SP はどれも立方体の1辺と同じ長さですから、四角形 $PQRS$ は正方形になり、答えは **サ** です。



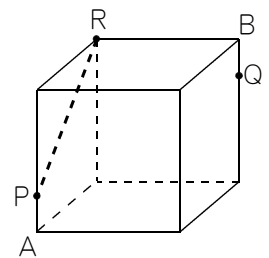
ステップ① 1 (5)

切り口の線を書くときのルールがあります。しっかり身につけましょう。

- ・ 切り口の線は立体の表面にできて内部を通らない。
- ・ 平行な平面にできる2本の切り口の線は平行になる。
- ・ 切り口の3つの線を延長すると1点で交わる。

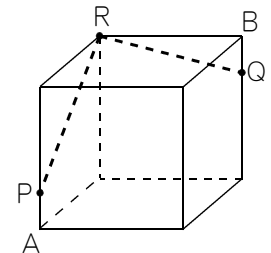
P から R は，切り口の線を引いて OK です。

P R は，立方体の左の面にあるからです。



R から Q も，切り口の線を引いて OK です。

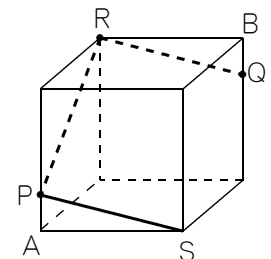
R Q は，立方体の後ろの面にあるからです。



しかし，P から Q は，切り口の線を引いてはダメです。

P Q は，立方体の内部を通っているからです。

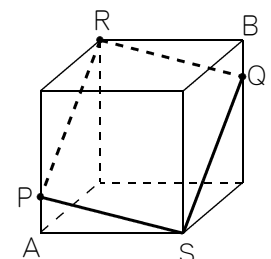
後ろの面の切り口の線である R Q と平行になるように，
前の面に切り口の線 P S を引きます。



S から Q は，切り口の線を引いて OK です。

S Q は，立方体の右の面にあるからです。

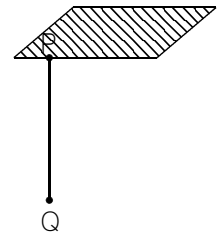
しかも S P は，左の面にある切り口の線である P R と
平行になっています。



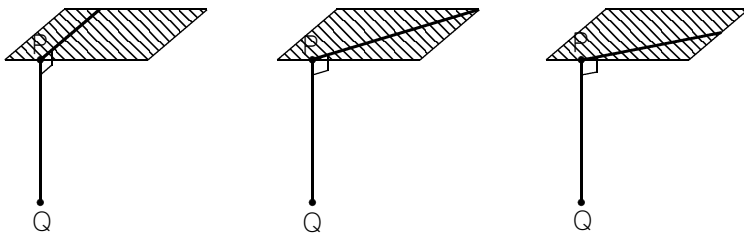
これで，切り口の図形である四角形 P Q R S ができました。

(次のページへ)

もし、ある辺 PQ が、どこかの面に垂直になっていたら、

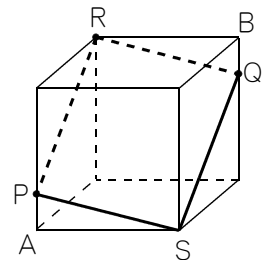


このとき、 P から面のどこに向かって線を引いても、辺 PQ と垂直になります。

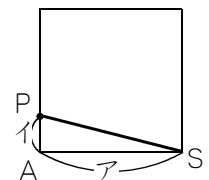


しかし、今の四角形 $PRQS$ の場合は、 PQ 、 QS 、 SR 、 RP のどの辺も、面に垂直ではありません。

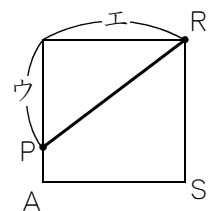
よって四角形 $PRQS$ には直角になっている角はないので、四角形 $PRQS$ は長方形や正方形ではありません。



ところで、辺 RQ と辺 SP は、右の図の辺 SP のように、 $ア : イ = 「4 : 1 ななめ」$ になっているので、同じ長さです。

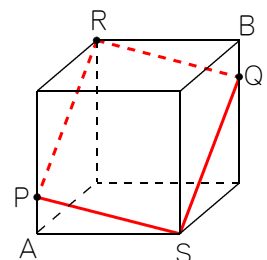


また、辺 PR と辺 SQ は、右の図の辺 PR のように、 $ウ : エ = 「3 : 4 ななめ」$ になっているので、同じ長さです。



辺 RQ と辺 SP は同じ長さで、辺 PR と辺 SQ は同じ長さです。
また、辺 RQ と辺 PR の長さはちがいます。

よって、四角形 $PRQS$ は、「向かい合った辺の長さは同じだが、となり合った辺の長さはちがう」のですから、平行四辺形です。



したがって、答えは **ク** です。

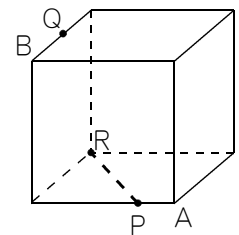
ステップ① 1 (6)

切り口の線を書くときのルールがあります。しっかり身につけましょう。

- ・ 切り口の線は立体の表面にできて内部を通らない。
- ・ 平行な平面にできる2本の切り口の線は平行になる。
- ・ 切り口の3つの線を延長すると1点で交わる。

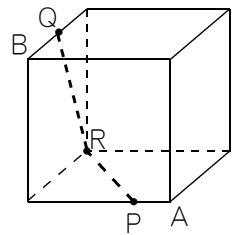
P から R は，切り口の線を引いて O K です。

P R は，立方体の下の面にあるからです。



R から Q も，切り口の線を引いて O K です。

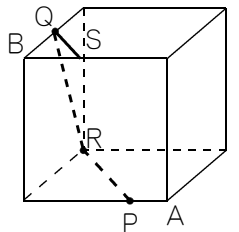
R Q は，立方体の左の面にあるからです。



しかし，P から Q は，切り口の線を引いてはダメです。

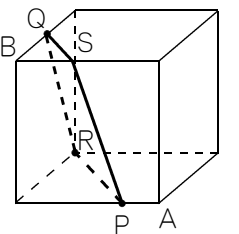
P Q は，立方体の内部を通っているからです。

下の面の切り口の線である P R と平行になるように，上の面に切り口の線 Q S を引きます。



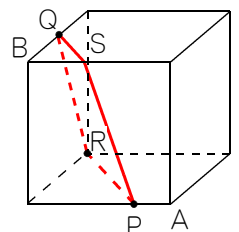
S から P は，切り口の線を引いて O K です。

S P は，立方体の前の面にあるからです。



四角形 P R Q S において，辺 P R と辺 Q S は平行です。
しかし辺 R Q と辺 S P は，左の面と前の面にあるので平行ではありません。

1 組だけ平行なのですから，四角形 P R Q S は台形になり，
答えは ✖ です。



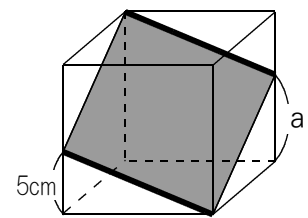
ステップ① 2 (1)

切り口の線を書くときのルールがあります。しっかり身につけましょう。

- ・ 切り口の線は立体の表面にできて内部を通らない。
- ・ 平行な平面にできる2本の切り口の線は平行になる。
- ・ 切り口の3つの線を延長すると1点で交わる。

前の面と後ろの面は平行なので、切り口の線も平行です。

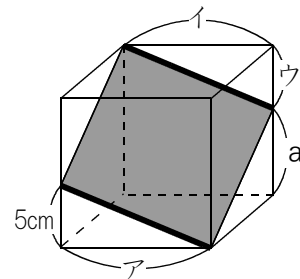
よって、右の図の2本の太線は平行になっています。



右の図のア : 5 cmは, $12\text{ cm} : 5\text{ cm} = 12 : 5$ です。

よって, イ : a も $12 : 5$ になり, イは 12 cm なのでウは 5 cm です。

よって a は, $12 - 5 = 7$ (cm) です。



ステップ① 2 (2)

切り口の線を書くときのルールがあります。しっかり身につけましょう。

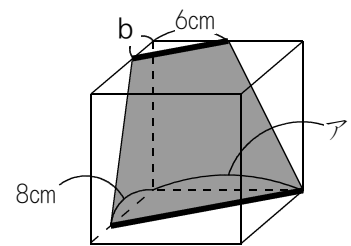
- ・ 切り口の線は立体の表面にできて内部を通らない。
- ・ 平行な平面にできる2本の切り口の線は平行になる。
- ・ 切り口の3つの線を延長すると1点で交わる。

上の面と下の面は平行なので、切り口の線も平行です。

よって、右の図の2本の太線は平行になっています。

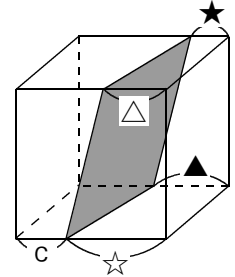
右の図の8 cm : アは、 $8 \text{ cm} : 12 \text{ cm} = 2 : 3$ です。

よって、 $b : 6 \text{ cm}$ も $2 : 3$ になり、 $b = 6 \div 3 \times 2 = 4 \text{ (cm)}$ です。



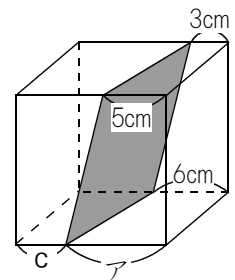
ステップ① 2 (3)

右の図の $(\triangle + \blacktriangle)$ と、 $(\star + \star)$ は等しいことをおぼえておきましょう。



この問題の場合は、 $(5\text{ cm} + 6\text{ cm})$ と、 $(\text{ア} + 3\text{ cm})$ は等しいことになり、
 $5\text{ cm} + 6\text{ cm} = 11\text{ cm}$ ですから、 $\text{ア} + 3\text{ cm}$ も 11 cm なので、
 $\text{ア} = 11 - 3 = 8(\text{cm})$ です。

立方体の1辺は 12 cm ですから、 $c = 12 - 8 = 4(\text{cm})$ です。



ステップ① 2 (4)

切り口の線を書くときのルールがあります。しっかり身につけましょう。

- ・ 切り口の線は立体の表面にできて内部を通らない。
- ・ 平行な平面にできる2本の切り口の線は平行になる。
- ・ 切り口の3つの線を延長すると1点で交わる。

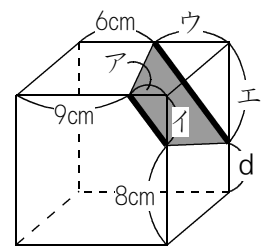
前の面と後ろの面は平行なので、切り口の線も平行です。

よって、右の図の2本の太線は平行になっています。

右の図のア：イは、 $(12-9):(12-8)=3:4$ です。

よって、ウ：エも $3:4$ で、ウは $12-6=6(\text{cm})$ ですから、
 $\text{エ} = 6 \div 3 \times 4 = 8(\text{cm})$ です。

したがって、 $d = 12 - \text{エ} = 12 - 8 = 4(\text{cm})$ です。



ステップ① 2 (5)

切り口の線を書くときのルールがあります。しっかり身につけましょう。

- ・ 切り口の線は立体の表面にできて内部を通らない。
- ・ 平行な平面にできる2本の切り口の線は平行になる。
- ・ 切り口の3つの線を延長すると1点で交わる。

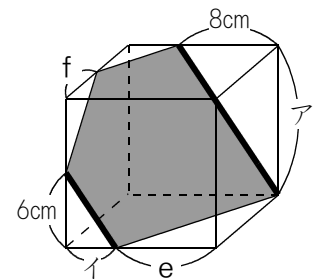
前の面と後ろの面は平行なので、切り口の線も平行です。

よって、右の図の2本の太線は平行になっています。

右の図の8cm : アは、 $8 : 12 = 2 : 3$ です。

よって、イ : 6cmも $2 : 3$ ですから、 $イ = 6 \div 3 \times 2 = 4$ (cm) です。

$e = 12 - イ = 12 - 4 = 8$ (cm) です。



また、下の面と上の面は平行なので、切り口の線も平行です。

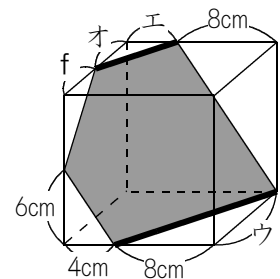
よって、右の図の2本の太線は平行になっています。

右の図の8cm : ウは、 $8 : 12 = 2 : 3$ です。

よって、エ : オも $2 : 3$ です。

$エ = 12 - 8 = 4$ (cm) ですから、 $オ = 4 \div 2 \times 3 = 6$ (cm) です。

$f = 12 - オ = 12 - 6 = 6$ (cm) です。



ステップ① 2 (6)

切り口の線を書くときのルールがあります。しっかり身につけましょう。

- ・ 切り口の線は立体の表面にできて内部を通らない。
- ・ 平行な平面にできる2本の切り口の線は平行になる。
- ・ 切り口の3つの線を延長すると1点で交わる。

下の面と上の面は平行なので、切り口の線も平行です。

よって、右の図の2本の太線は平行になっています。

右の図のイ : 4.8 cm は、 $(12 - 9) : 4.8 = 3 : 4.8 = 5 : 8$ です。

よって、 $g : \text{ア}$ も $5 : 8$ ですから、 $g = 12 \div 8 \times 5 = 7.5$ (cm) です。

また、右の面と左の面は平行なので、切り口の線も平行です。

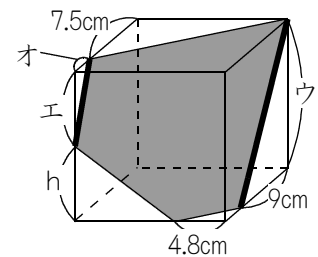
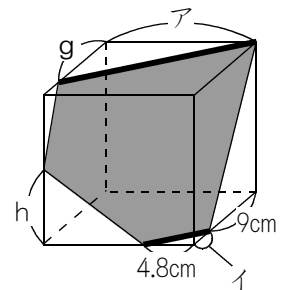
よって、右の図の2本の太線は平行になっています。

右の図のウ : 9 cm は、 $12 : 9 = 4 : 3$ です。

よって、エ : オ も $4 : 3$ です。

オ = $12 - 7.5 = 4.5$ (cm) ですから、エ = $4.5 \div 3 \times 4 = 6$ (cm) です。

h = $12 - \text{エ} = 12 - 6 = 6$ (cm) です。



ステップ① 3 (1)

まず，P，Q，Rを通る切り口の平面を求めます。

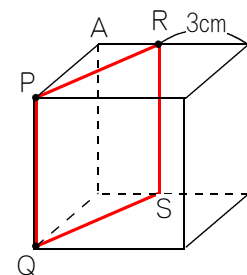
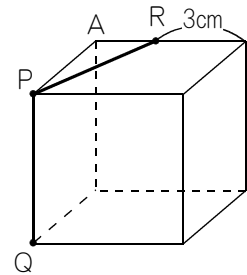
PからQまでは，線を引いてOKです。というか，引いてあります。

QからRまでは，立方体の内部を通るので引いてはダメです。

RからPまでは，上の面を通るので，引いてOKです。

上の面と下の面は平行なので，切り口の線も平行です。

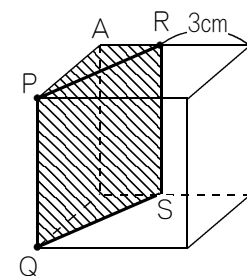
右の図のように，切り口の四角形PQSRができます。



Aをふくむ立体は，右の図の斜線部分のような三角柱になります。

この三角柱の体積は，

$$\underbrace{(5-3) \times 5 \div 2}_{\text{底面の三角形}} \times \underbrace{5}_{\text{高さ}} = 25 \text{ (cm}^3\text{)} \text{です。}$$



注意 「三角すい」だと思って， $\frac{1}{3}$ をしてしまうミスが多いです。注意しましょう。

ステップ① 3 (2)

まず、P、Q、Rを通る切り口の平面を求めます。

PからQまでは、右の面を通るので、引いてOKです。

QからRまでは、上の面を通るので、引いてOKです。

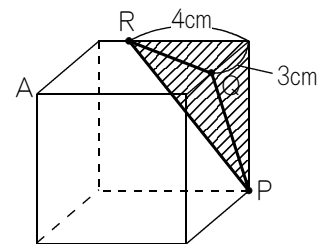
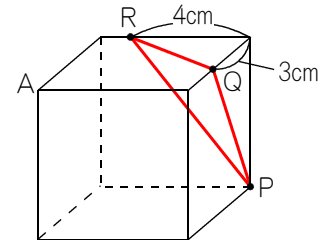
RからPまでは、後ろの面を通るので、引いてOKです。

Aをふくまない方の立体は、右の図の斜線部分のような三角すいになります。

この三角すいの体積は、

$$\underbrace{4 \times 3 \div 2}_{\text{底面の三角形}} \times \underbrace{5}_{\text{高さ}} \times \frac{1}{3} = 10 (\text{cm}^3) \text{です。}$$

よって、Aをふくむ方の立体は、 $\underbrace{5 \times 5 \times 5}_{\text{立方体}} - 10 = 115 (\text{cm}^3) \text{です。}$



ステップ① 3 (3)

まず，P，Q，Rを通る切り口の平面を求めます。

PからQまでは，前の面を通るので，引いてOKです。

PからRまでは，左の面を通るので，引いてOKです。

RからQまでは，立方体の内部を通るので，切り口の線を引いてはダメです。

P Rと平行になるように，右の面にQから切り口の線を引きます。

PからRに向けて1cm下がっているので，QからSに向けても1cm下がるように引きます。

よって右の図のアの長さは， $3+1=4$ (cm)です。

SからRまでは，後ろの面を通るので，切り口の線を引いてOKです。

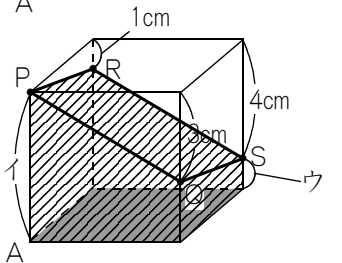
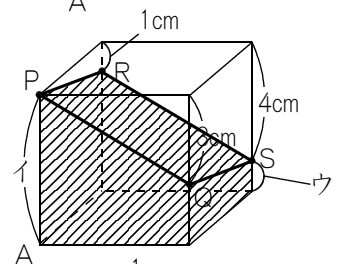
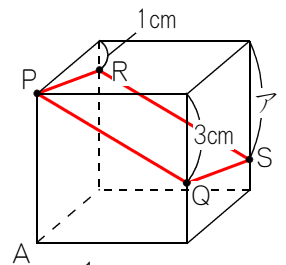
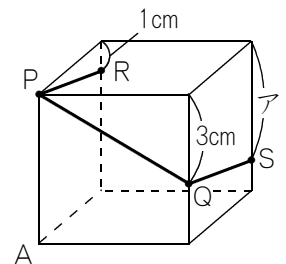
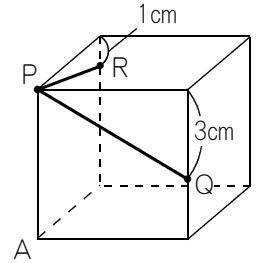
Aをふくむ立体は，右の図の斜線部分のような立体です。

Aをふくむ立体の体積を求めるためには，右の図のかげをつけた正方形を底面にして，高さをイとウの平均にします。

正方形の1辺は5cmですから，正方形の面積は， $5 \times 5 = 25$ (cm^2)です。

イは5cmで，ウは $5-4=1$ (cm)ですから，イとウの平均は， $(5+1) \div 2 = 3$ (cm)です。

よってAをふくむ立体の体積は， $\underbrace{25}_{\text{底面積}} \times \underbrace{3}_{\text{高さ}} = 75$ (cm^3)です。



ステップ① 4

立体ア 底面を半径 4 cm の円にします。

高さを, 14 cm と 6 cm の平均の, $(14 + 6) \div 2 = 10$ (cm) にします。

よってこの立体の体積は, $\underbrace{4 \times 4 \times 3.14}_{\text{底面積}} \times \underbrace{10}_{\text{高さ}} = 502.4$ (cm³) です。

立体イ 底面を三角形 A B C にします。

高さを, 12 cm と 8 cm と 4 cm の平均の, $(12 + 8 + 4) \div 3 = 8$ (cm) にします。

よってこの立体の体積は, $\underbrace{6 \times 10 \div 2}_{\text{底面積}} \times \underbrace{8}_{\text{高さ}} = 240$ (cm³) です。

立体ウ 底面を三角形 A B C にします。

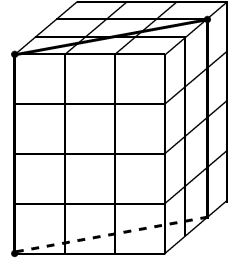
高さを, 7 cm と 0 cm と 11 cm の平均の, $(7 + 0 + 11) \div 3 = 6$ (cm) にします。

よってこの立体の体積は, $\underbrace{6 \times 10 \div 2}_{\text{底面積}} \times \underbrace{6}_{\text{高さ}} = 180$ (cm³) です。

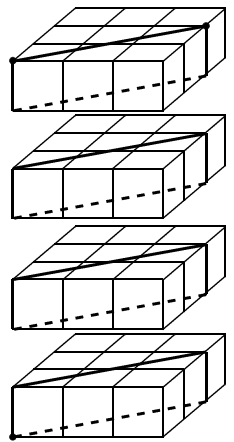
注意 高さを, 7 cm と 11 cm の平均の, $(7 + 11) \div 2 = 9$ (cm) にしやすいので注意しましょう。

ステップ① 5

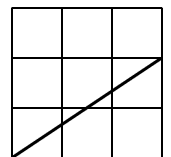
切り口は，右の図の太線のような形になります。



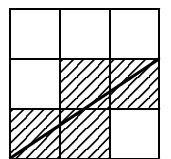
最も上の段から最も下の段まで切り分けると右の図のように
なり，どの段も切られている形は同じです。



どの段も，上から見ると右の図のように切られています。



どの段も，切られているのは右の図の斜線をつけた立方体です。



よってどの段も，4個ずつ切られています。

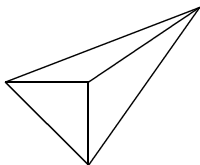
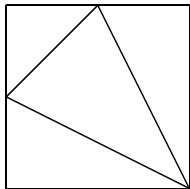
4段とも，4個ずつ立方体が切られているのですから，全部で $4 \times 4 = 16$ (個)の立方体
が切られています。

ステップ① 6

- (1) 小さい方の立体は、三角すい $QAPR$ で、底面を APR にすると、三角すいの高さは AQ です。

辺 AP は $12 \div 2 = 6$ (cm) で、辺 AR も 6 cm です。

よって底面積は $6 \times 6 \div 2 = 18$ (cm²) で、三角すいの高さは 12 cm ですから、この三角すい V の体積は、 $18 \times 12 \times \frac{1}{3} = 72$ (cm³) です。

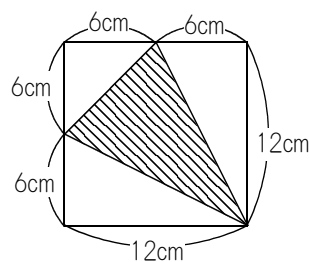
- (2) 立体 V  は広げると  となるので、1 辺が 12 cm の正方形

の面積を求めれば OK です。

よって答えは $12 \times 12 = 144$ (cm²) です。

- (3) 切り口の面積は、右の図のしゃ線部分ですから、
 $12 \times 12 - 6 \times 6 \div 2 - 12 \times 6 \div 2 \times 2 = 54$ (cm²) です。

参考 右の図のしゃ線部分の面積は正方形の $\frac{3}{8}$ になることをおぼえておくとラクです。



- (4) この立体の体積は、(1) で求めた通り 72 cm³ です。

また、切り口の面を底面にするので、底面積は(3)で求めた通り 54 cm² です。

「底面積 $\times$ 高さ $\times \frac{1}{3} =$ 三角すいの体積」ですから、 $54 \times \text{高さ} \times \frac{1}{3} = 72$ となり、

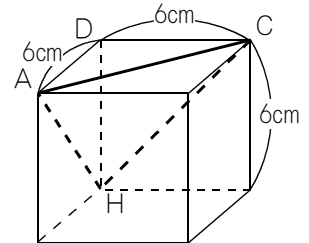
高さ $= 72 \div \frac{1}{3} \div 54 = 4$ (cm) です。

参考 こういう問題の答えは、1 辺の $\frac{1}{3}$ になることをおぼえておくと超ラクです。

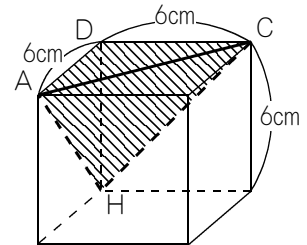
ステップ② 1 (1)

このような問題の場合は，立方体の1辺を6cmにすると計算しやすくなります。

3点A，C，Hを通る切り口の面は，右の図の太線のように
なります。



Dをふくむ立体は，右の図の斜線部分のような三角すいです。



この三角すいの体積は，

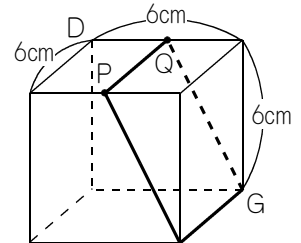
$$\underbrace{6 \times 6 \div 2}_{\text{底面の三角形}} \times \underbrace{6}_{\text{高さ}} \times \frac{1}{3} = 36 (\text{cm}^3) \text{です。}$$

もとの立方体の体積は $6 \times 6 \times 6 = 216 (\text{cm}^3)$ ですから， $\frac{36}{216} = \frac{1}{6}$ (倍) です。

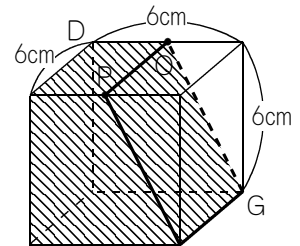
ステップ② 1 (2)

このような問題の場合は，立方体の1辺を6cmにすると計算しやすくなります。

3点G，P，Qを通る切り口の面は，右の図の太線のように
なります。



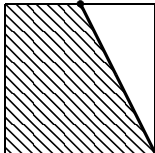
Dをふくむ立体は，右の図の斜線部分のような四角柱です。

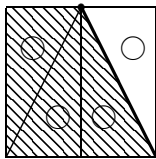


この四角柱の体積は，

$$\frac{(3+6) \times 6 \div 2}{\text{底面の台形}} \times \frac{6}{\text{高さ}} = 162 (\text{cm}^3) \text{です。}$$

もとの立方体の体積は $6 \times 6 \times 6 = 216 (\text{cm}^3)$ ですから， $\frac{162}{216} = \frac{3}{4}$ (倍) です。

別解 立方体の前の面は  のようになっています。

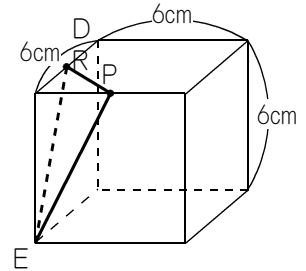


のように分けると，斜線部分は全体の $\frac{3}{4}$ (倍) であることがわかります。

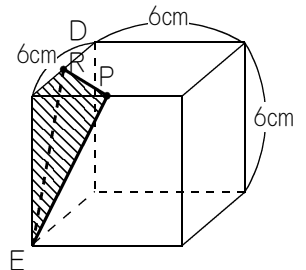
ステップ② 1 (3)

このような問題の場合は，立方体の1辺を6cmにすると計算しやすくなります。

3点E，P，Rを通る切り口の面は，右の図の太線のように
なります。



Dをふくまない方の立体は，右の図の斜線部分のような
三角すいです。



この三角すいの体積は，

$$\underbrace{3 \times 3 \div 2}_{\text{底面の三角形}} \times \underbrace{6}_{\text{高さ}} \times \frac{1}{3} = 9 (\text{cm}^3) \text{です。}$$

もとの立方体の体積は $6 \times 6 \times 6 = 216 (\text{cm}^3)$ ですから，Dをふくむ方の立体の体積は，
 $216 - 9 = 207 (\text{cm}^3)$ です。

よって，Dをふくむ立体の体積は，もとの立方体の体積の， $\frac{207}{216} = \frac{23}{24}$ (倍) です。

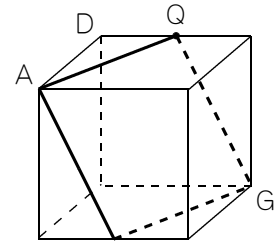
参考 三角すいの体積は 9 cm^3 ですから，もとの立方体の体積の $\frac{9}{216} = \frac{1}{24}$ です。

よって， $1 - \frac{1}{24} = \frac{23}{24}$ (倍) と求めてもOKです。

ステップ② 1 (4)

3点 A, G, Q を通る切り口の面は, 右の図の太線のように
なります。

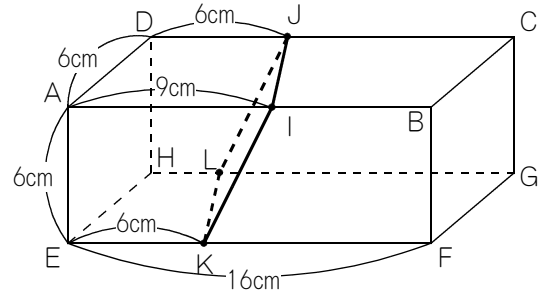
D をふくむ方の立体と, D をふくまない方の立体は,
まったく同じ大きさです。



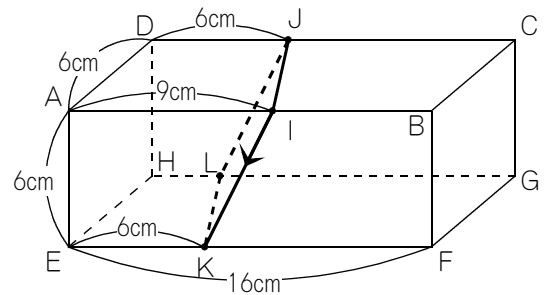
よって, D をふくむ方の立体の体積は, もとの立方体の体積の, $\frac{1}{2}$ 倍になります。

ステップ② 2 (1)

3点 I, J, K を通る切り口の面は, 右の図のようになります。

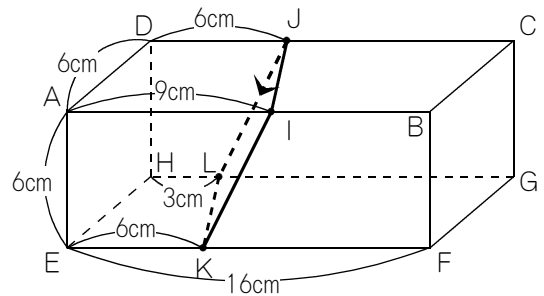


辺 IK が点 I から点 K まで進むとき,
 $9 - 6 = 3$ (cm) だけ左に近寄ります。



よって辺 JL が点 J から点 L まで進むときも,
 3 cm だけ左に近寄ります。

DJ は 6 cm だったので, HL は, $6 - 3 = 3$ (cm) です。



ステップ② 2 (2)

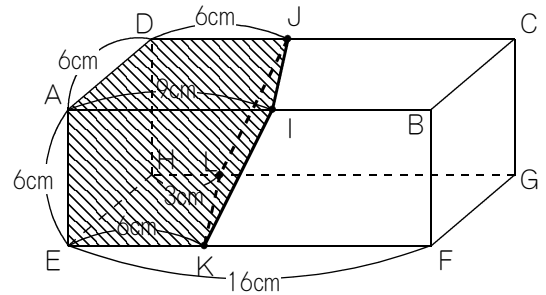
切り分けられた立体のうち，頂点 A をふくむ立体は，右の図の斜線部分の立体です。

この立体の底面を左の面とすると，その面積は， $6 \times 6 = 36 \text{ (cm}^2\text{)}$ です。

高さを，A I と H L の平均にして， $(9 + 3) \div 2 = 6 \text{ (cm)}$ にします。

注意 高さを，D J と E K の平均にしても O K です。

底面積は 36 cm^2 で，高さは 6 cm ですから，この立体の体積は， $36 \times 6 = 216 \text{ (cm}^3\text{)}$ です。



ステップ② 2 (3)

切り口の面は2つの立体のどちらにもふくまれるので，表面積の差には影響しないことに注意しましょう。

このような表面積の差を求める問題の場合は，「全小大差」という求め方をすると，計算ミスを減らすことができます。

「全」とは，全体の表面積のことです。

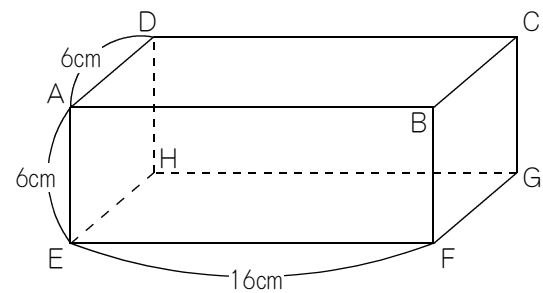
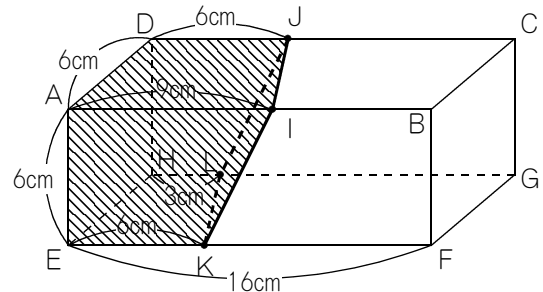
「小」は，小さい方の立体の表面積のことです。ただし，切り口の面積は求めません。

「大」は，大きい方の立体の表面積のことです。やはり切り口の面積は求めません。

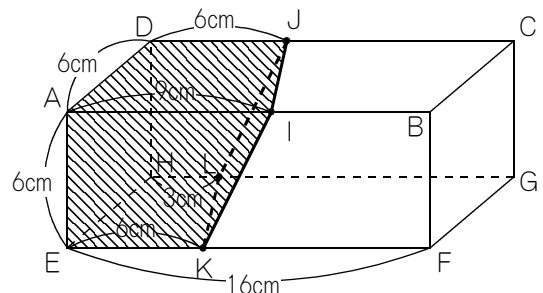
「差」は，「小」と「大」の表面積の差を求めることです。

まず，「全」から求めます。全体の直方体の表面積ですね。

正方形が2面と，長方形が4面ありますから，
 $\underbrace{6 \times 6 \times 2}_{\text{正方形}} + \underbrace{6 \times 16 \times 4}_{\text{長方形}} = 456 \text{ (cm}^2\text{)}$ です。…「全」



次に，「小」を求めます。右の図の斜線部分の表面積ですね。



$$\begin{aligned}
 & \underbrace{6 \times 6}_{\text{左の面}} + \underbrace{(9+6) \times 6 \div 2}_{\text{前の面}} + \underbrace{(3+6) \times 6 \div 2}_{\text{下の面}} + \underbrace{(6+3) \times 6 \div 2}_{\text{後ろの面}} + \underbrace{(6+9) \times 6 \div 2}_{\text{上の面}} \\
 &= 36 + 45 + 27 + 27 + 45 \\
 &= 180 \text{ (cm}^2\text{)} \text{です。}\cdots \text{「小」}
 \end{aligned}$$

次に，「大」を求めます。

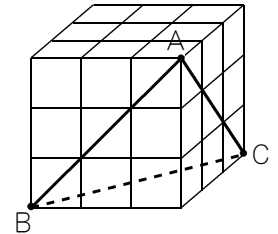
「全」は 456 cm^2 で，「小」は 180 cm^2 ですから，「大」は， $456 - 180 = 276 \text{ (cm}^2\text{)}$ です。…「大」

最後に，「差」を求めます。

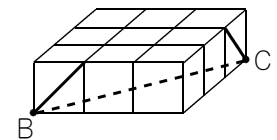
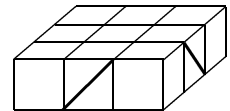
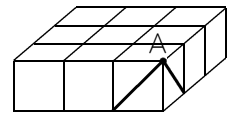
「小」は 180 cm^2 で，「大」は 276 cm^2 ですから，「差」は， $276 - 180 = 96 \text{ (cm}^2\text{)}$ です。…「差」

ステップ② 3 (1)

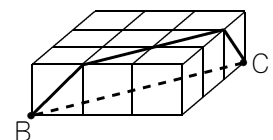
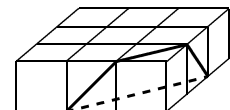
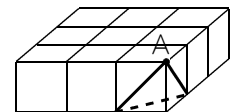
3点A, B, Cを通る平面で切ると, 右の図のようになります。

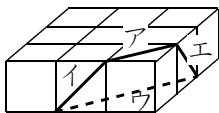
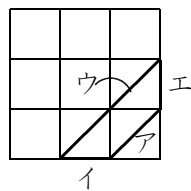


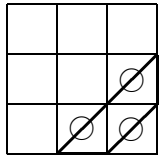
スライスして3段に分けると右の図のようになりますが, このままでは切り口の線が足りません。



足りない線を補充すると, 右の図のようになります。



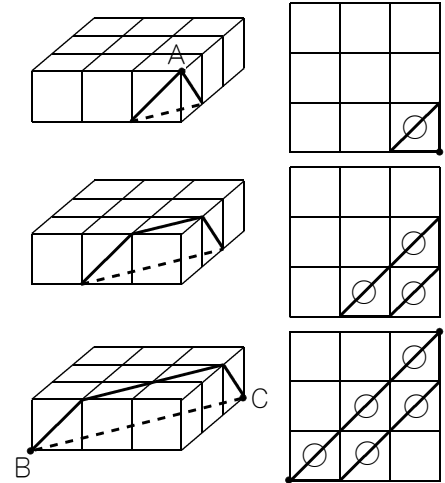
たとえば, 真ん中の段の  を上から見た図にすると,  のようになります。

真ん中の段の場合,  の3個の小立方体が切られています。

(次のページへ)

同じようにして，上の段・真ん中の段・下の段の
ようすを表すと右の図のようになります。

切られた小立方体は，上の段が1個，真ん中の段が
3個，下の段が5個ですから，全部で， $1+3+5=9$ (個)
です。



ステップ② 3 (2)

DからEには(左の面を通過しているので)切り口の線を引いてOKです。

EからFも、(前の面を通過しているので)切り口の線を引いてOKです。

DからFは、立方体の内部を通過しているので切り口の線を引いてはいけません。

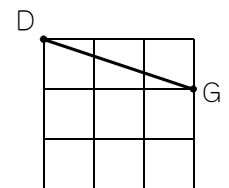
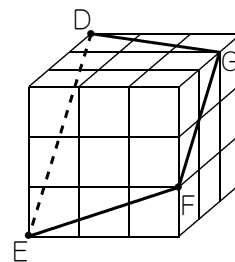
左の面と右の面は平行ですから、切り口の線も平行です。

図のように、FからGまで切り口の線を引くことができます。

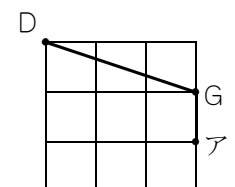
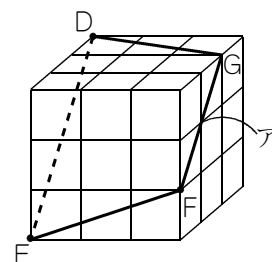
GからDも、(上の面を通過しているので)切り口の線を引いてOKです。

この切り口の図を、スライスした図に書く方法を、少しずつ説明していきます。

上の段の場合は、点Dと点Gが見えます。
DからGまで線を引きます。



また、Gからアまでの切り口の線も、上の段に存在しています。



(次のページへ)

上の段の下の面(斜線部分)には，アから切り口の線を引きます。

上の面と下の面は平行なので，DGと平行になるように，アからイまで線を引きます。

Dとイまで切り口の線を書いて，上の段のでき上がりです。

切り口の線アイは，上の段の場合は下の面に書いてありますが，真ん中の段の場合は上の面に書くことになります。

よって，真ん中の段での切り口の線は右の図のようになります。

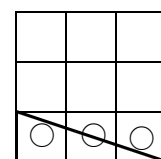
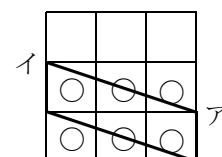
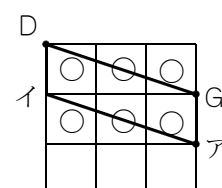
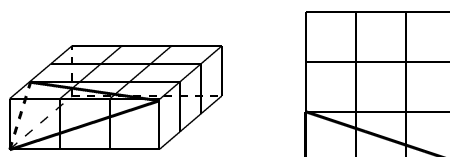
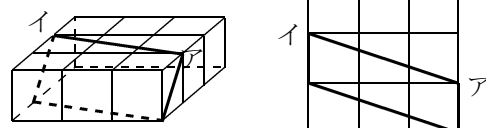
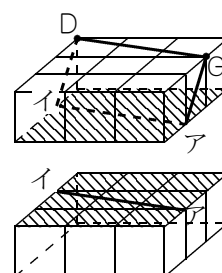
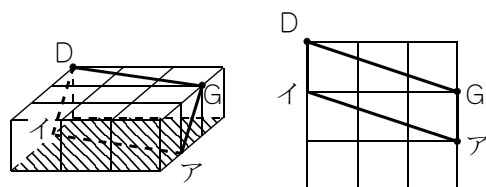
下の段での切り口の線は右の図のようになります。

上の段では6個の小立方体が切り取られ，

真ん中の段でも6個の小立方体が切り取られ，

下の段では3個の小立方体が切り取られますから，

全部で $6+6+3=15$ (個)の小立方体が切り取られることになります。



ステップ② 4

切り口は右の図の太線のようにになります。

切り口よりも左側の立体の底面をアとし、
切り口よりも右側の立体の底面をイとすると、
アとイは同じ底面積ですから、立体の体積は、
「高さの平均」で決まります。

右の図のウは $8+6=14$ (cm)です。

エは $14-7=7$ (cm)です。

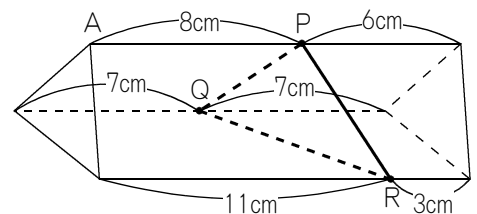
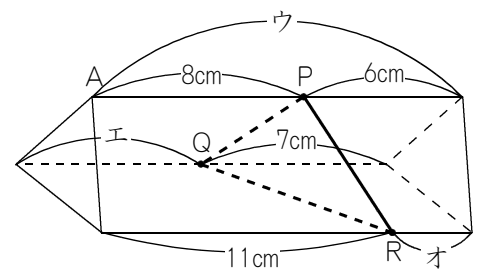
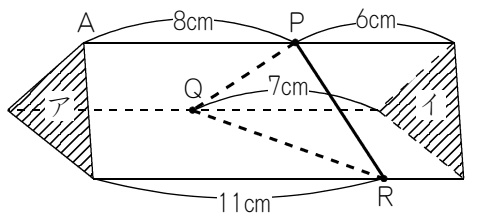
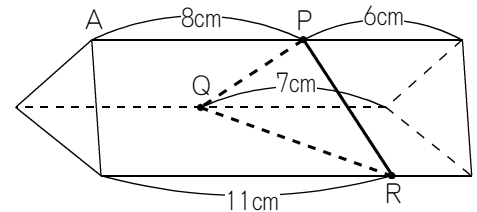
オは $14-11=3$ (cm)です。

Aをふくむ立体の「高さの平均」は、
 $(8+7+11) \div 3$ で求められます。

Aをふくまない方の立体の「高さの平均」は、
 $(6+7+3) \div 3$ で求められます。

どちらも「 $\div 3$ 」があるので、比を求めるためには「 $\div 3$ 」をしなくてもOKです。

よって、Aをふくむ方とふくまない方の体積の比は、
 $(8+7+11) : (6+7+3) = 26 : 16 = \mathbf{13 : 8}$ です。



ステップ② 5 (1)

P から E までは(前の面を通っているので)切り口の線を引いて OK です。

E から G までは(下の面を通っているので)切り口の線を引いて OK です。

しかし P から G までは(立方体の内部を通っているので)切り口の線を引いてはいけません。

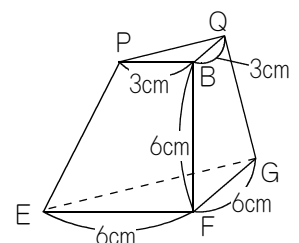
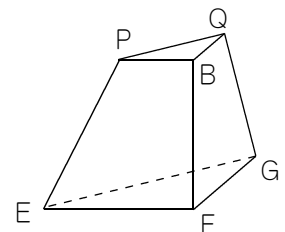
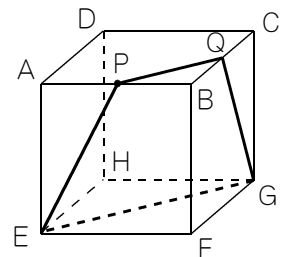
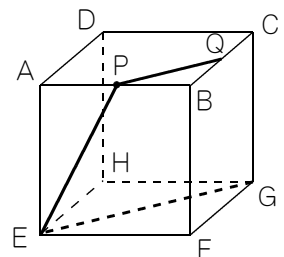
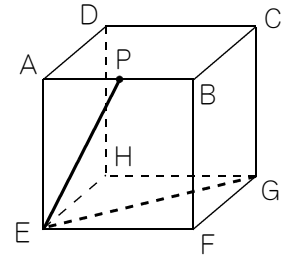
立方体の上の面と下の面は平行なので、切り口の線も平行です。

B C の真ん中の点を点 Q とすると、P Q は E G と平行なので、引いて OK です。

Q から G までは(右の面を通っているので)切り口の線を引いて OK です。

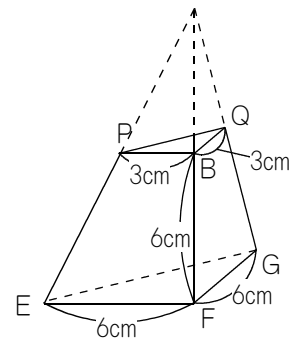
頂点 B をふくむ立体は、右の図のような「三角すい台です。」

長さは、右の図のようになっています。

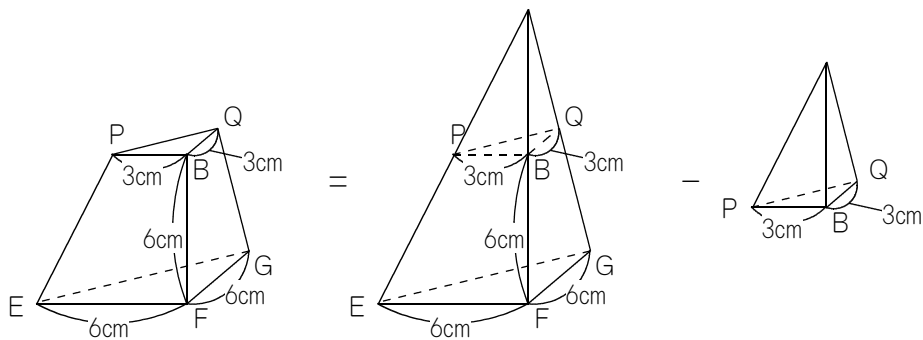


(次のページへ)

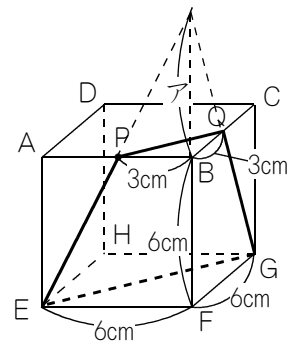
「三角すい台」の体積を求めるには、右の図のように線を伸ばして、



「大三角すいー小三角すい」として求めます。



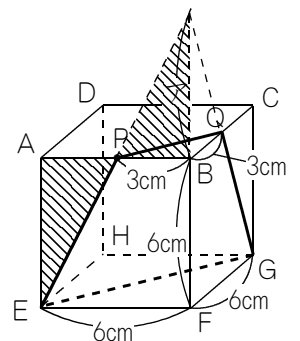
「大三角すい」や「小三角すい」の体積を求めるには、右の図のアの長さを求めなければなりません。



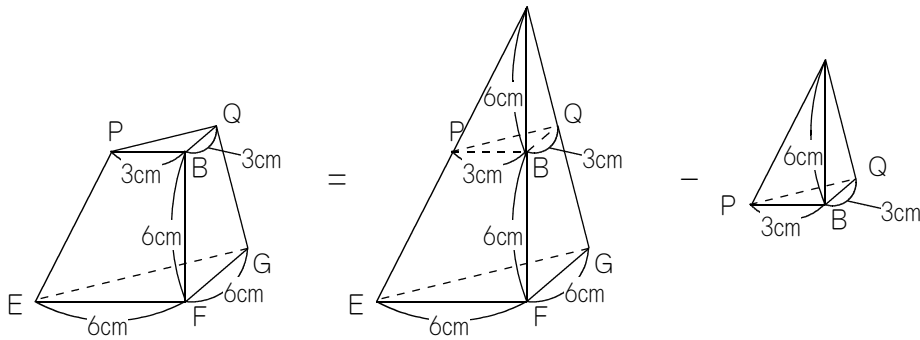
右の図の斜線部分の「クロス形」を利用して求めます。

A P は 3 cm で B P も 3 cm なので、1 : 1 です。

A E は 6 cm で 1 : 1 なので、ア も 6 cm です。



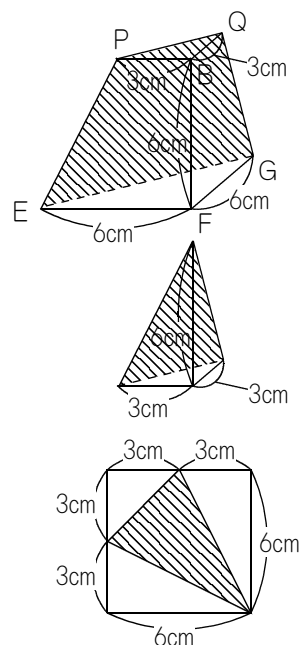
(次のページへ)



$$\begin{aligned}
 &= \underbrace{6 \times 6 \div 2}_{\text{底面積}} \times \underbrace{(6+6)}_{\text{高さ}} \times \frac{1}{3} - \underbrace{3 \times 3 \div 2}_{\text{底面積}} \times \underbrace{6}_{\text{高さ}} \times \frac{1}{3} \\
 &= 72 - 9 \\
 &= 63 (\text{cm}^3)
 \end{aligned}$$

ステップ② 5 (2)

立体Vの切り口は、右の図の斜線部分です。



まず、右の三角すいの切り口の面積を考えてみます。

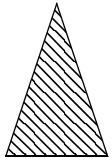
展開図は右のようになっています。

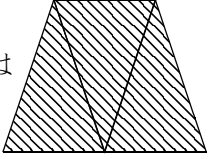
斜線部分の面積を求めるには、正方形から白い部分を引くことによって求められますが、「ステップ① 6」の解説で書いたように、「正方形の $\frac{3}{8}$ 」であることをおぼえておくと、計算がラクです。

正方形の面積は $6 \times 6 = 36 (\text{cm}^2)$ なので、この三角すいの切り口の面積は、 $36 \times \frac{3}{8} = 13.5 (\text{cm}^2)$ です。

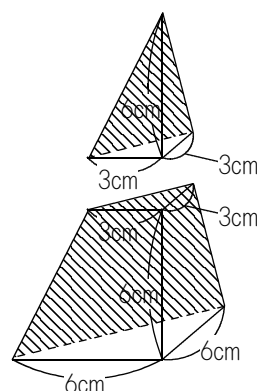
三角すいの切り口の面積は 13.5 cm^2 ですが、

求めたいのは、三角すい台の切り口の面積です。

三角すいの切り口は  となっていますが、

三角すい台の切り口は  となっていて、三角すいの切り口の3枚ぶんです。

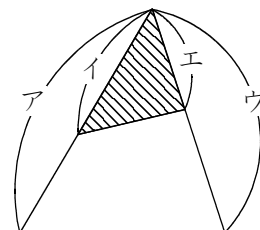
よって三角すい台の切り口の面積は、 $13.5 \times 3 = 40.5 (\text{cm}^2)$ です。



ステップ③ 1

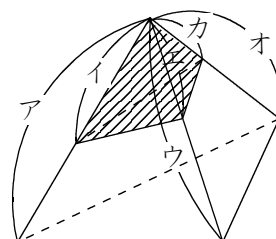
すぐるで「えんぴつ形」と名付けている三角形の面積の求め方があります。

右の図の斜線部分の面積は，全体の三角形の面積の $\frac{イ}{ア} \times \frac{エ}{ウ}$ になる，という求め方です。

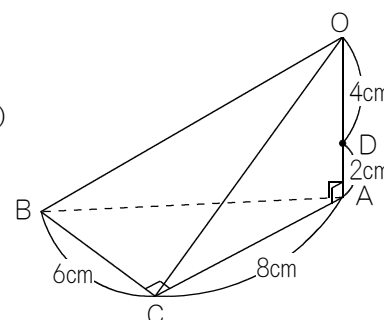


立体の場合も，「えんぴつ形」が利用できます。

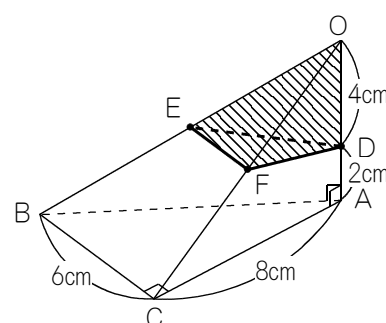
右の図の斜線部分の体積は，全体の三角すいの体積の $\frac{イ}{ア} \times \frac{エ}{ウ} \times \frac{カ}{オ}$ になります。



三角すい $OABC$ の体積は， $6 \times 8 \div 2 \times (4+2) \times \frac{1}{3} = 48 \text{ (cm}^3\text{)}$ です。



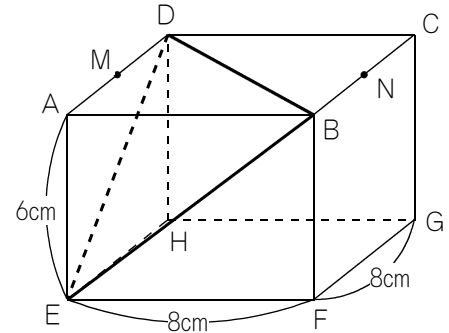
点E，点Fはそれぞれ辺OB，辺OCの真ん中の点なので，右の図の斜線部分の立体の体積は，三角すい $OABC$ の体積の， $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{4}{4+2} = \frac{1}{6}$ になります。



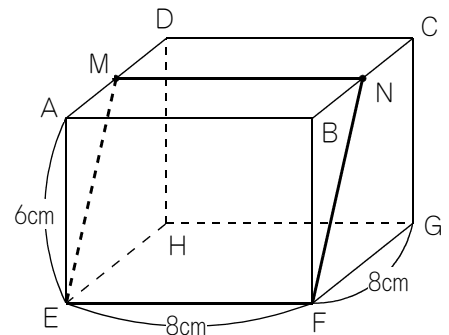
三角すい $OABC$ の体積は 48 cm^3 ですから，斜線部分の体積は， $48 \times \frac{1}{6} = 8 \text{ (cm}^3\text{)}$ です。

ステップ③ 2

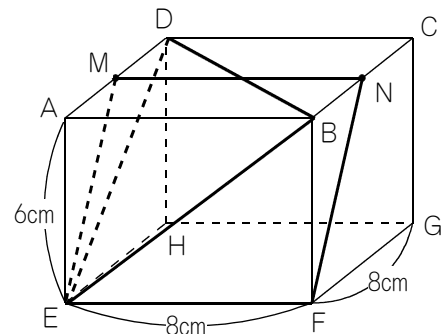
3点B, D, Eを通る平面と,



3点M, N, Fを通る平面とを重ねて書くと,



右の図のようになります。

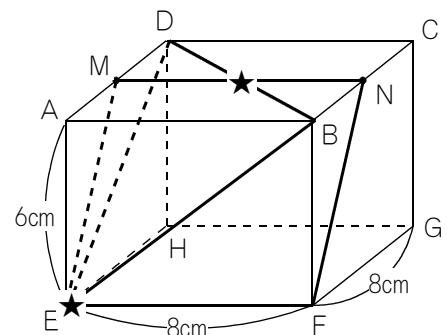


この問題のような、「平面と平面が重なる」問題の場合は,

- ① 2交点をさがす。
- ② その2交点を直線で結ぶ。

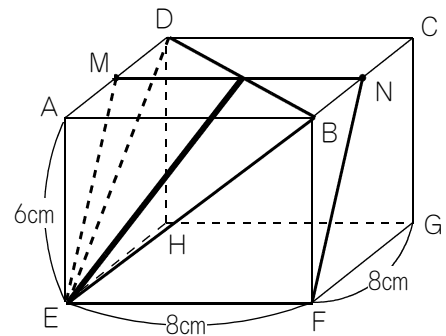
という解き方をします。

2交点は、右の図の★と★です。

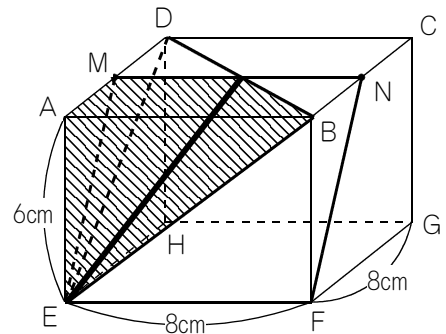
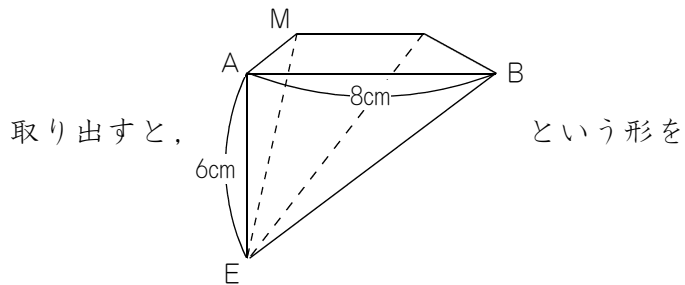


(次のページへ)

その2交点を直線で結ぶと，右の図のようになります。

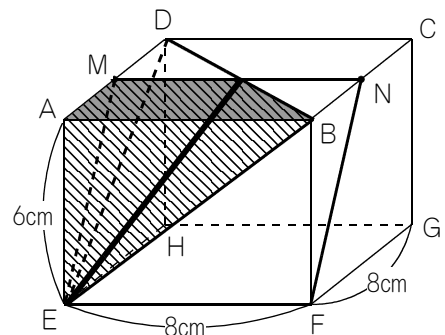


頂点Aをふくむ立体は，右の図の斜線部分です。



しています。

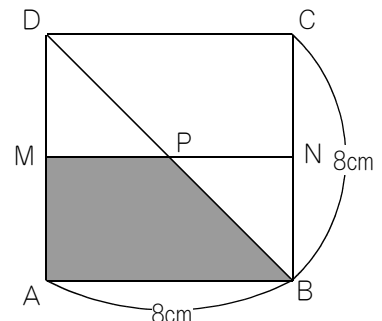
この立体は四角すいです。この体積を求めるためには，底面積(右の図のかげをつけた部分)を求める必要があります。



上の面だけを書くと，底面積がわかってきます。

右の図の点Pは正方形A B C Dの真ん中の点ですから，M Pの長さは $8 \div 2 = 4$ (cm)で，M Aの長さも4 cmです。

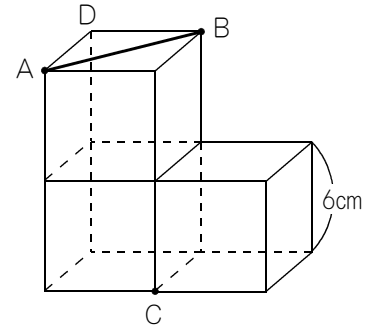
よって台形M A B Pの面積は $(4 + 8) \times 4 \div 2 = 24$ (cm²)です。



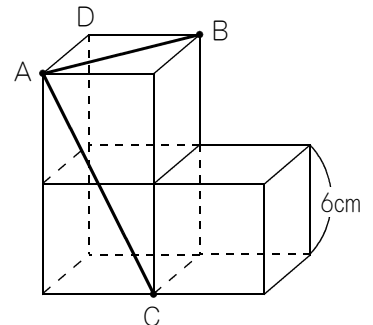
頂点Aをふくむ立体は四角すいで，底面積は24 cm²で，高さは6 cmですから，体積は， $24 \times 6 \times \frac{1}{3} = 48$ (cm³)です。

ステップ③ 3 (1)

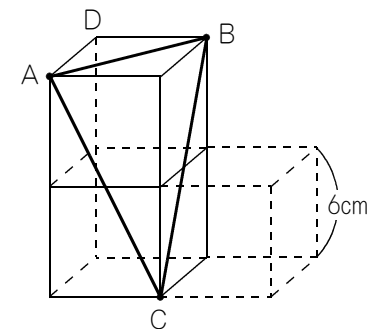
A から B までは(上の面を通っているので)線を引いて OK です。



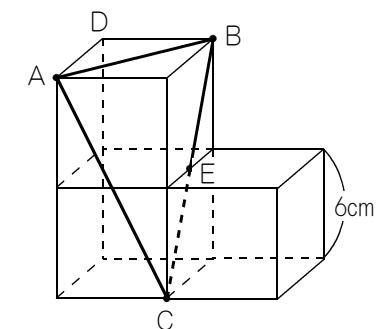
A から C までは(前の面を通っているので)線を引いて OK です。



もし、右下の立方体がなかったとしたら、C から B まで線を引くことができますから、



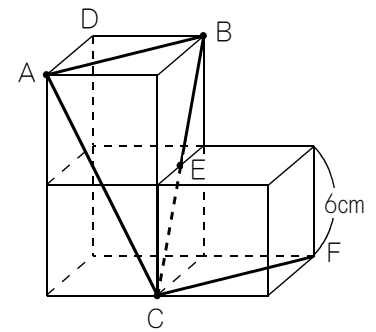
右の図の B から E まで線を引くことができます。
E は辺の真ん中の点です。



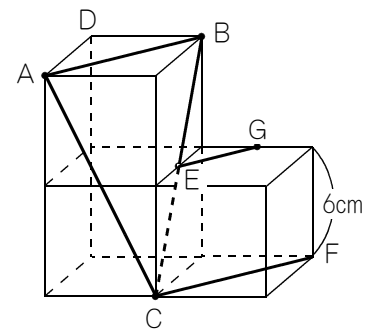
(次のページへ)

上の面と下の面は平行なので，切り口の線も平行です。

A Bと平行になるように下の面にCから線を引き，
C Fとします。

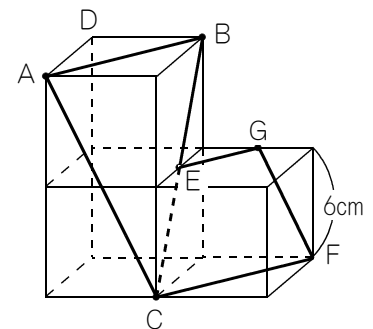


同じように，EからA Bと平行になるように線を引き，
E Gとします。

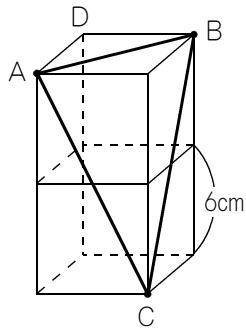


FからGまでは，(後ろの面を通っているので)線を引いて
O Kです。

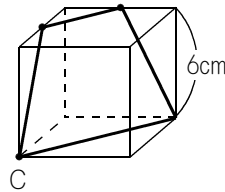
切り口の辺は，A C，C F，F G，G E，E B，B Aの
6本あります。



ステップ③ 3 (2)

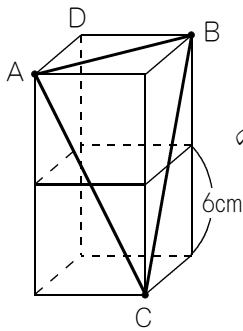


の奥の方の立体と,



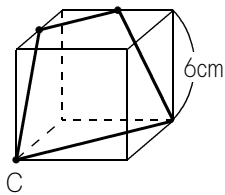
の奥の方の立体の2つに

分けて求めています。

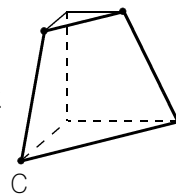


の奥の方の立体は、全体から手前の立体を引くことによって求めます。

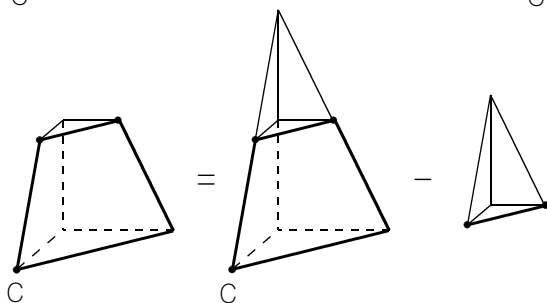
手前の立体は三角すいですから、奥の方の立体の体積は、
 $6 \times 6 \times 12 - 6 \times 6 \div 2 \times 12 \times \frac{1}{3} = 432 - 72 = 360 \text{ (cm}^3\text{)}$ です。…(ア)



の奥の方の立体は



という三角すい台です。

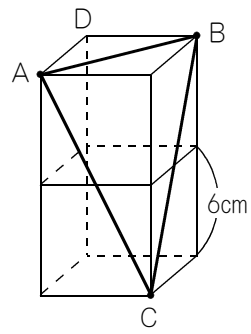


$$= 6 \times 6 \div 2 \times 12 \times \frac{1}{3} - 3 \times 3 \div 2 \times 6 \times \frac{1}{3}$$

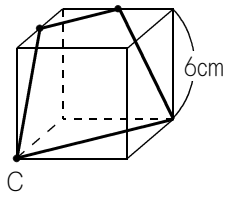
$$= 63 \text{ (cm}^3\text{)} \cdots (\text{イ})$$

(次のページへ)

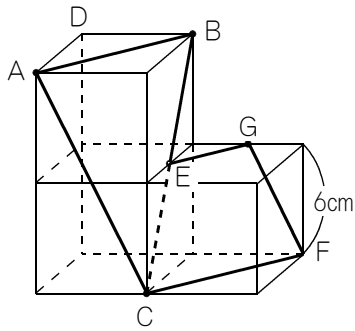
(ア), (イ)により,



の奥の方の立体の体積は 360 cm^3 で,



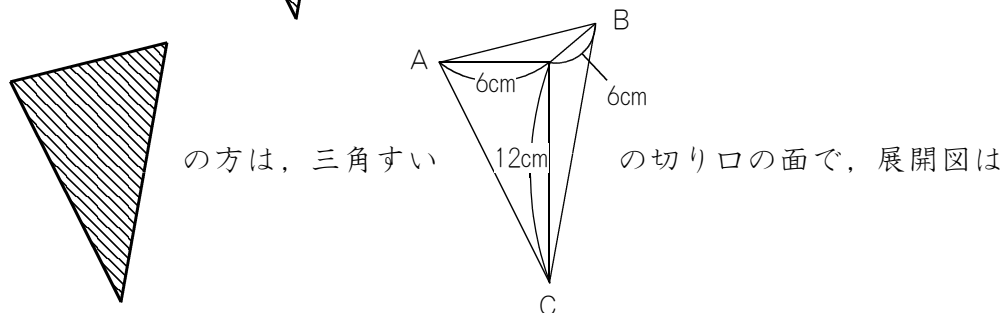
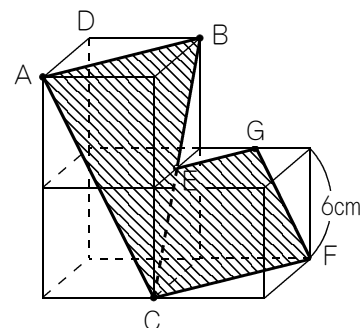
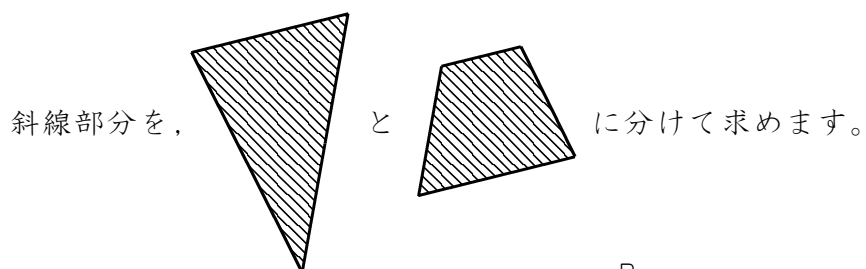
の奥の方の立体の体積は 63 cm^3 ですから,



の奥の方の立体の体積は, $360 + 63 = 423 (\text{cm}^3)$ です。

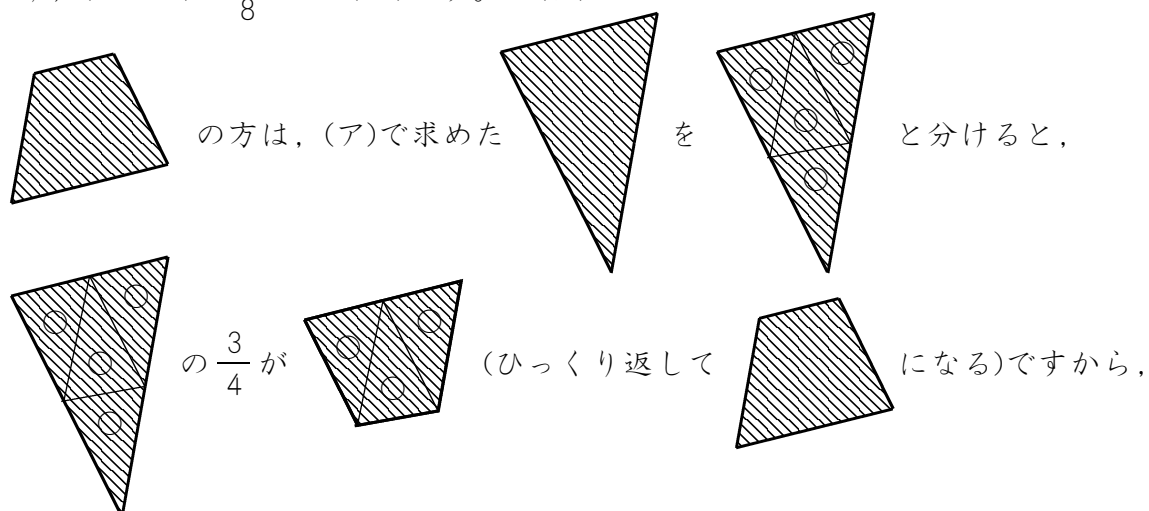
ステップ③ 3 (3)

右の図の斜線部分の面積を求める問題です。



となります。

「ステップ① 6」と同じように、正方形の $\frac{3}{8}$ の面積になることを利用すればラクになり、 $(12 \times 12) \times \frac{3}{8} = 54 (\text{cm}^2)$ です。…(ア)



$$54 \times \frac{3}{4} = 40.5 (\text{cm}^2) \dots (\text{イ})$$

(ア)、(イ)により、答えは $54 + 40.5 = 94.5 (\text{cm}^2)$ です。