

演習問題集5年上第19回・くわしい解説

目 次

反復問題(基本)	1	(1) …p.2
反復問題(基本)	1	(2) …p.4
反復問題(基本)	2	…p.5
反復問題(基本)	3	…p.6
反復問題(基本)	4	…p.7
反復問題(練習)	1	…p.8
反復問題(練習)	2	…p.9
反復問題(練習)	3	…p.12
反復問題(練習)	4	…p.13
反復問題(練習)	5	…p.15
トレーニング	1	…p.17
トレーニング	2	…p.19
トレーニング	3	…p.20
トレーニング	4	…p.21
実戦演習	1	…p.22
実戦演習	2	…p.23
実戦演習	3	…p.26
実戦演習	4	…p.29

すぐる学習会

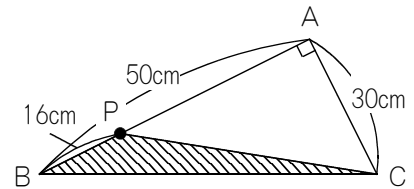
<https://www.suguru.jp>

反復問題(基本) 1 (1)

ワンポイント 三角形の高さがどこの部分なのかを考えましょう。

① 点Pは秒速2cmで動きます。

8秒後には、 $2 \times 8 = 16$ (cm)を動いていますから、三角形PBCは、右の図の斜線部分になります。

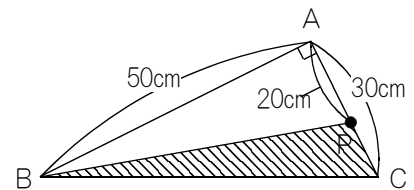


底辺をBPにすると、底辺は16cmで、高さは点Cから、BPかその延長上の直角マークまでですから、ACが高さになり、高さは30cmです。

よって三角形PBCの面積は、 $\text{底辺} \times \text{高さ} \div 2 = 16 \times 30 \div 2 = 240$ (cm²)です。

② 点Pは秒速2cmで動きます。

35秒後には、 $2 \times 35 = 70$ (cm)を動いていますから、Aを通りこして、あと $70 - 50 = 20$ (cm)動くので、三角形PBCは、右の図の斜線部分になります。



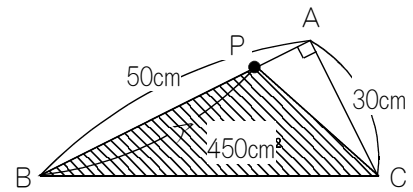
底辺をPCにすると、底辺は $30 - 20 = 10$ (cm)で、高さは点Bから、PCかその延長上の直角マークまでですから、ABが高さになり、高さは50cmです。

よって三角形PBCの面積は、 $\text{底辺} \times \text{高さ} \div 2 = 10 \times 50 \div 2 = 250$ (cm²)です。

(次のページへ)

- ③ PがBからスタートして、Aまで進む前に、三角形PBCの面積が 450 cm^2 になるときがあります。

底辺をBPにしてその長さをアにすると、高さは点Cから、BPかその延長上の直角マークまでですから、ACが高さになり、高さは30cmです。



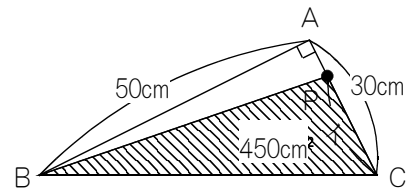
すると、底辺×高さ÷2＝ア×30÷2＝450 となり、ア＝ $450 \times 2 \div 30 = 30$ (cm)です。

点Pを点Bをスタートして、30cm動きました。

点Pは秒速2cmですから、30cm動くのは、 $30 \div 2 = 15$ (秒後)です。

- ④ PがBからスタートして、Aをすぎてから、三角形PBCの面積が 450 cm^2 になるときがあります。

底辺をPCにしてその長さをイにすると、高さは点Bから、PCかその延長上の直角マークまでですから、BAが高さになり、高さは50cmです。



すると、底辺×高さ÷2＝イ×50÷2＝450 となり、イ＝ $450 \times 2 \div 50 = 18$ (cm)です。

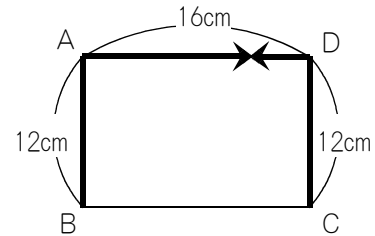
点PはBからAまで50cmと、Aから $30 - 18 = 12$ (cm)を進んだので、合計すると、 $50 + 12 = 62$ (cm)を進みました。

点Pは秒速2cmですから、62cm動くのは、 $62 \div 2 = 31$ (秒後)です。

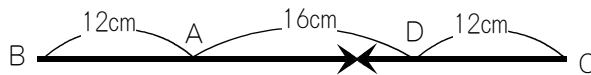
反復問題(基本) 1 (2)

ワンポイント 点P, 点Qが進んだようすを矢印で表しましょう。

- ① 点Pと点Qがはじめて出会うときは, 右の図のようになっています。



矢印が折れ曲がっているのでまっすぐにすると, 下の図のようになります。



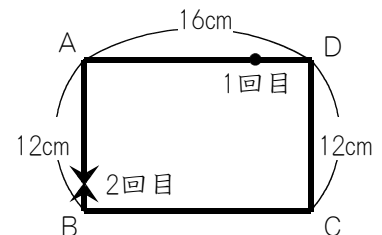
はじめは $12+16+12=40$ (cm) はなれていて, 点Pは毎秒5cm, 点Qは毎秒3cmで反対方向に進むのですから, $40 \div (5+3) = 5$ (秒後) に重なります。

また, 点Qは5秒間で $3 \times 5 = 15$ (cm) 進むので, 点Dからその場所までは, $15-12=3$ (cm) です。

点Aからその場所までは, $16-3=13$ (cm) ですから, 点Dの方が近く, 答えは点Dから **3cm** はなれた場所になります。

- ② 1回目に重なった点からスタートして, 2回目に重なるまでのようすが右の図です。

点Pと点Qは, 合わせてちょうど1周ぶん進んで重なります。



1周の長さは, $(12+16) \times 2 = 56$ (cm) で, 点Pは秒速5cm, 点Qは秒速3cmですから, $56 \div (5+3) = 7$ (秒) で重なります。

スタートしてから1回目に重なるまでには, (1)で求めた通り5秒かかり, 1回目に重なってから2回目に重なるまでは7秒かかりますから, 全部で $5+7=12$ (秒) かかります。

また, その12秒で, 点Qは $3 \times 12 = 36$ (cm) 進みます。

CからD, DからA, AからBは, $12+16+12=40$ (cm) です。

点Qは, あと $40-36=4$ (cm) でBに着くところで, 2回目に出会いました。

よって2回目に重なる場所は, 点Bから **4cm** はなれたところです。

反復問題(基本) 2

ワンポイント このような問題は，角度を利用して計算していきます。

(1) 点Pは1周するのに24秒かかりました。

1周は360度ですから，点Pは1秒あたり， $360 \div 24 = 15$ (度)の割合で回転します。

点Qは1周するのに72秒かかりました。

1周は360度ですから，点Qは1秒あたり， $360 \div 72 = 5$ (度)の割合で回転します。

(2) (1)で，点Pは1秒あたり15度，点Qは1秒あたり5度の割合で回転することがわかりました。

点Pと点Qは同じ方向に回転するので，1秒あたり， $15 - 5 = 10$ (度)ずつはなれていきます。

360度はなれたときに，ちょうど1周ぶんの差がついて，点Pと点Qは重なります。

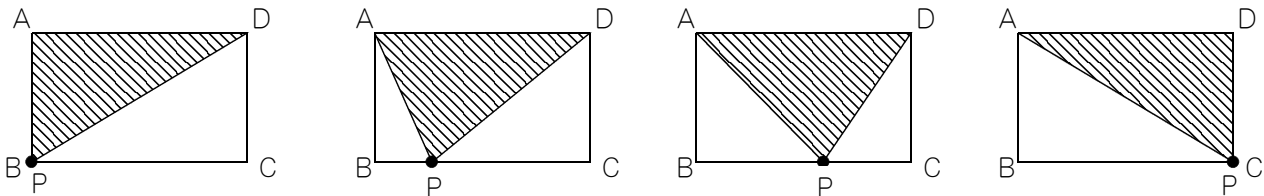
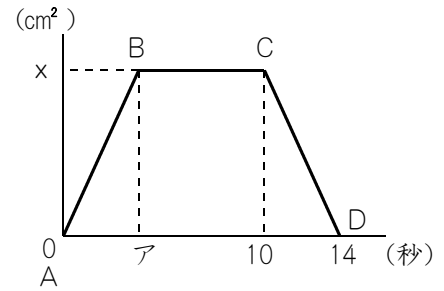
360度はなれるのは， $360 \div 10 = 36$ (秒後)です。

反復問題(基本) 3

ワンポイント なぜグラフが折れ曲がるかを考えましょう。

- (1) 点Pの動きが変化するときグラフは折れ曲がります。
 よって、右のグラフのア秒のときに点Pは点Bに着き、
 10秒後に点Pは点Cに着き、14秒のとき点Pは点Dに
 着いたことになります。

点Bから点Cまで動いているとき(ア秒後から10秒後)に
 面積が変わらなかったのは、下の図のように、三角形A
 PDの底辺と高さが変わらなかったで、面積が変わら
 なかったのです。



点Pは秒速5cmで、CからDまで $14 - 10 = 4$ (秒)かかるので、CDの長さは $5 \times 4 = 20$ (cm)になり、CDとABは同じ長さなので、ABも20cmです。

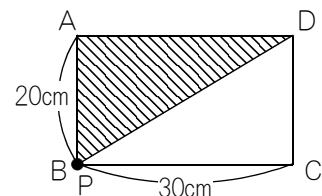
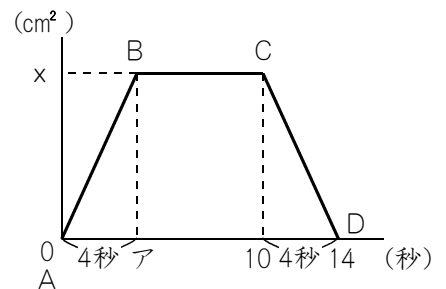
- (2) (1)で、CからDまで動くには4秒かかることがわかり、
 CDとABは同じ長さなので、AからBまで動くのも4秒
 かかります。

よって右のグラフのアは4秒です。

点Pは、点Bから点Cまで動くのに、 $10 - \text{ア} = 10 - 4 = 6$ (秒)
 かかることになります。

点Pは秒速5cmですから、BCの長さは、 $5 \times 6 = 30$ (cm)です。

ABは20cm、BCは30cmで、4秒後の三角形APDは右の図
 のようになっているので、 $x = 30 \times 20 \div 2 = 300$ (cm²)です。

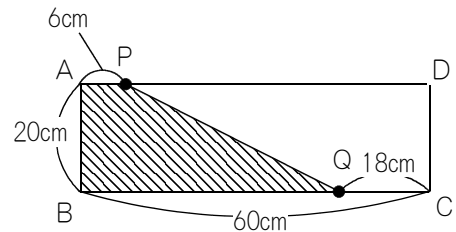


反復問題(基本) 4

ワンポイント (3)は、ズルい解き方があります。

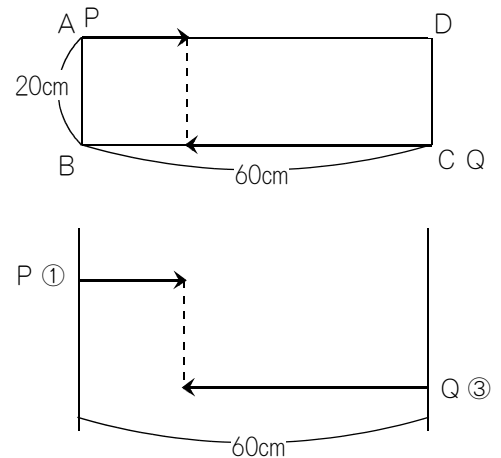
- (1) 点Pは秒速1cm, 点Qは秒速3cmですから, 6秒間で
点Pは $1 \times 6 = 6$ (cm), 点Qは $3 \times 6 = 18$ (cm)進みます。

右の図のようになるので, 四角形ABQPは台形に
なり, 上底は6cm, 下底は $60 - 18 = 42$ (cm), 高さは
20cmですから, 面積は, $(6 + 42) \times 20 \div 2 = 480$ (cm²)です。

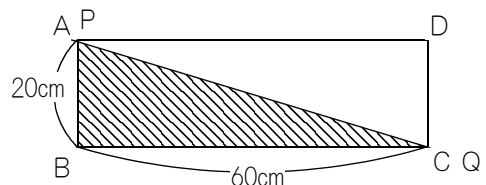


- (2) 直線PQが辺ABと平行になったときは, 右の図の
ようになっています。

右の図のように, 点Pと点Qがはじめ60cmはなれて
いて, 秒速1cmと秒速3cmで, いつすれちがうかという
問題と同じですから, $60 \div (1 + 3) = 15$ (秒後)になります。



- (3) スタートするときは右の図のようになっている
ので, 四角形ABQP(といっても, 四角形ではな
く三角形ですが)の面積は, $60 \times 20 \div 2 = 600$ (cm²)です。



(1)で, 6秒後の面積は480cm²であることがわかっています。

6秒間で, $600 - 480 = 120$ (cm²)へりました。

1秒あたり, $120 \div 6 = 20$ (cm²)ずつへることがわかりました。

(3)では, 面積が250cm²になるのが何秒後かを求めます。

はじめの面積は600cm²ですから, 面積が250cm²になるためには, $600 - 250 = 350$ (cm²)へれば
よいです。

1秒当たり20cm²ずつへるのですから, $350 \div 20 = 17.5$ (秒後)に, 面積が250cm²になります。

反復問題(練習) 1

ワンポイント 図をしっかりと書けたら、ほとんど出来たも同然です。

点Pは秒速3cm, 点Qは秒速2cmですから, 6秒間で点Pは $3 \times 6 = 18$ (cm)進み, 点Qは $2 \times 6 = 12$ (cm)進みます。

点Pは点Bをこえてあと $18 - 10 = 8$ (cm)のところにいます。

点Qは点Dをこえてあと $12 - 10 = 2$ (cm)のところにいます。

6秒後の三角形APDは, 右の図のしゃ線部分のようになります。

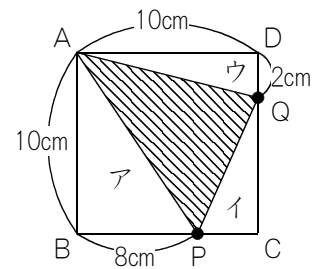
アの面積は $8 \times 10 \div 2 = 40$ (cm²),

イの面積は $(10 - 8) \times (10 - 2) \div 2 = 8$ (cm²),

ウの面積は $10 \times 2 \div 2 = 10$ (cm²)で,

正方形ABCDの面積は $10 \times 10 = 100$ (cm²)ですから,

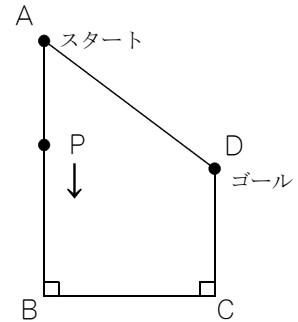
三角形APQの面積は, $100 - (40 + 8 + 10) = 42$ (cm²)です。



反復問題(練習) 2 (1)

ワンポイント なぜグラフが折れ曲がるかを考えましょう。

点PはAをスタートし，B，Cを通り，Dでゴールです。
BやCを通るときに，進み方が変わるので，

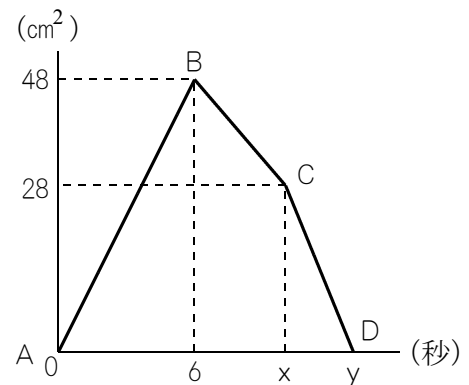


グラフも，BやCのところで折れ曲がっているはずですが。

右のグラフのように，折れ曲がっているところに，AからDの記号を書いておきましょう。

グラフを見ると，Pは6秒後にBに着いたことがわかります。

Pは毎秒2cmの速さで動くので，6秒間で $2 \times 6 = 12$ (cm) 動きます。



よって，ABの長さは12cmであることがわかります。

また，このグラフは三角形APDの面積のグラフです。

このグラフを見ると，6秒後に，PがBについたときの三角形APDの面積は 48 cm^2 であることがわかりますから，右の図のようになります。

三角形APDの底辺を12cmとすると，高さは辺BCの長さになるので，辺BCを とすると，

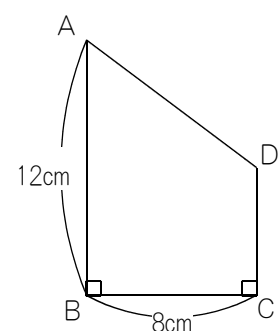
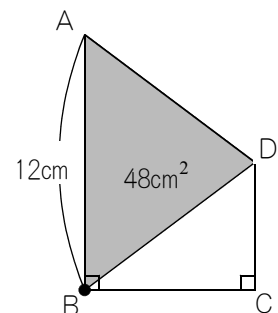
$$12 \times \text{ } \div 2 = 48$$

$$\text{ } = 8 \text{ (cm)}$$

辺BCの長さは8cmであることがわかりました。

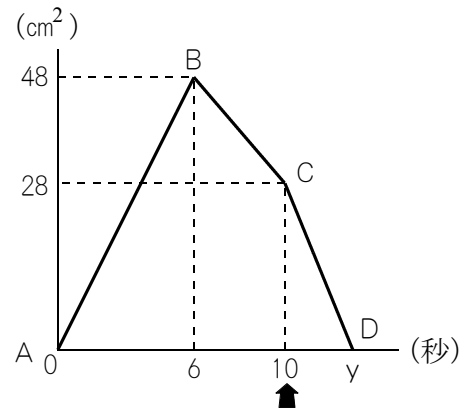
点PはAを出発してCにくるまでに，
 $12 + 8 = 20$ (cm) 動きました。

点Pは毎秒2cmの速さで動くので，Cにくるまでに，
 $20 \div 2 = 10$ (秒) かかることがわかります。

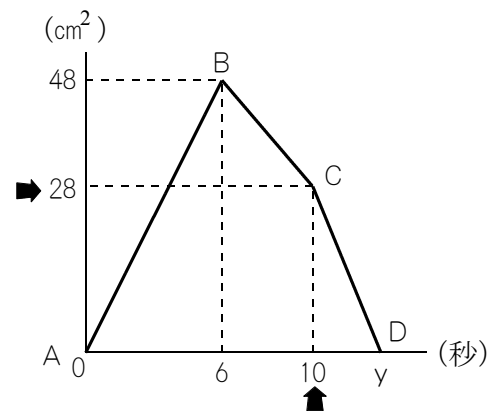


(次のページへ)

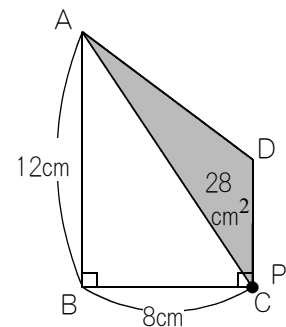
グラフに、PがCにきたのは10秒後であることを書きこんでおきましょう。



さらに、PがCにきたときの、
三角形APDの面積は 28 cm^2 ですから、

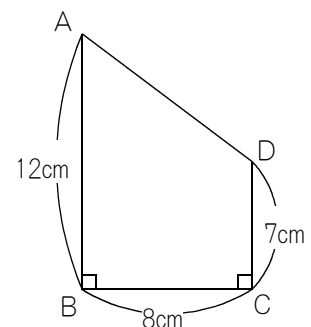


右の図のようになります。
三角形ACDの面積が 28 cm^2 で、
三角形ACDの底辺をCDとして とすると、
高さはBCなので8cmになりますから、
 $\times 8 \div 2 = 28$



よって、CDの長さは7cmになります。

グラフのyというのは、PがDに着いたときです。
PはAからDまで、 $12 + 8 + 7 = 27$ (cm) 動きました。
毎秒2cmで動くのですから、 $27 \div 2 = 13.5$ (秒後) です。



xが10、yが13.5であることがわかりました。

反復問題(練習) 2 (2)

ワンポイント グラフを有効利用しましょう。

このような問題の解き方は2つあります。

1. 図形を使って解く。
2. グラフを使って解く。

しかしだいたいの問題では、2. のグラフを使って解く方がカンタンです!!

(1)で、右のようなグラフを書くことができましたね。このグラフは、三角形APDの面積の変化のグラフで、(2)では三角形APDの面積が 40 cm^2 になるときをたずねています。

よってグラフの、面積が 40 cm^2 になるときを求めればよいことになります。

グラフを見るとわかるように、2回あります。

まず1回目は、PがAからBまで進む途中にあります。

PはAからBまで、6秒間に 48 cm^2 増えたのですから、1秒あたり、 $48 \div 6 = 8\text{ (cm}^2\text{)}$ ずつ増えます。

面積が 40 cm^2 になるのは、 $40 \div 8 = 5\text{ (秒後)}$ です。

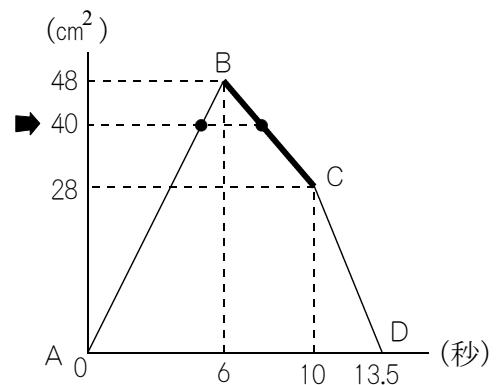
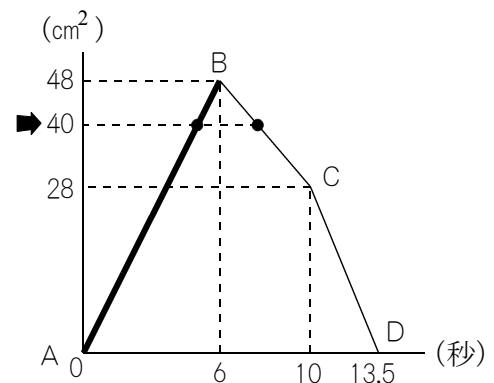
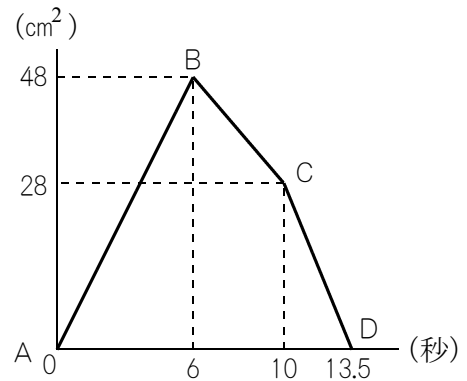
次に2回目です。PがBからCまでの途中にあります。

PはBからCまで、 $10 - 6 = 4\text{ (秒間)}$ に $48 - 28 = 20\text{ (cm}^2\text{)}$ 減りました。1秒あたり、 $20 \div 4 = 5\text{ (cm}^2\text{)}$ ずつ減ります。

出発してから6秒後の面積は 48 cm^2 で、面積が 40 cm^2 になるためには、 $48 - 40 = 8\text{ (cm}^2\text{)}$ だけ減らさなければなりません。ところが1秒間には 5 cm^2 ずつ減るので、 $8 \div 5 = 1.6\text{ (秒)}$ かかります。

6秒後の1.6秒後ですから、 $6 + 1.6 = 7.6\text{ (秒後)}$ です。

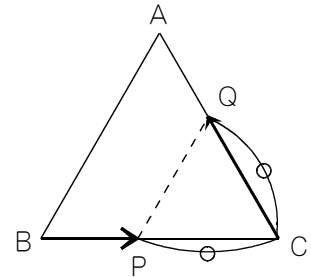
答えは、**5秒後**と**7.6秒後**です。



反復問題(練習) 3

ワンポイント (2)は, B を通過する時間をある程度書いてみる必要があります。

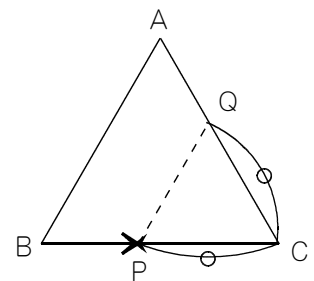
- (1) 三角形 P C Q が正三角形になったときは, 右の図のようになっています。



もし, 点 Q が C から A へ進まずに, 同じ速さで C から B の方に進んだとしたら, 点 P と点 Q はちょうどすれちがったはずです。

正三角形の1辺は 14 cm で, 点 P は秒速 2 cm, 点 Q は秒速 7 cm ですから, すれちがうのは, $14 \div (2+7) = 1\frac{5}{9}$ (秒後) です。

よって, $1\frac{5}{9}$ 秒後に, 三角形 P C Q が正三角形になります。



- (2) 点 P がはじめて A を通過するのは, $14 \times 2 \div 2 = 14$ (秒後) です。

正三角形 A B C の1周は $14 \times 3 = 42$ (cm) ですから, 点 P は1周するのに, $42 \div 2 = 21$ (秒) かかります。

よって点 P が B を通過するのは, 出発してから 14 秒後, $14+21=35$ (秒後), $35+21=56$ (秒後), …のようになります。

点 Q がはじめて A を通過するのは, $14 \div 7 = 2$ (秒後) です。

1 周は $14 \times 3 = 42$ (cm) ですから, $42 \div 7 = 6$ (秒) ごとに A を通過します。

よって点 Q が A を通過するのは, 出発してから 2 秒後, $2+6=8$ (秒後), $8+6=14$ (秒後), …のようになります。

点 P は 14 秒後, 35 秒後, 56 秒後, …… , 点 Q は 2 秒後, 8 秒後, 14 秒後, …… に A を通過するので, 点 P も点 Q も B をはじめて通過するのは, 14 秒後であることがわかります。

そのあとは, 点 P は 21 秒ごと, 点 Q は 6 秒ごとに B を通過するので, 点 P も点 Q も同時に B を通過するのは, 21 と 6 の最小公倍数である 42 秒ごとです。

1 回目に点 P も点 Q も同時に B を通過するのは 14 秒後で, 2 回目は $14+42=56$ (秒後), 3 回目は $56+42=98$ (秒後) ですから, 答えは **98** 秒後です。

反復問題(練習) 4 (1)

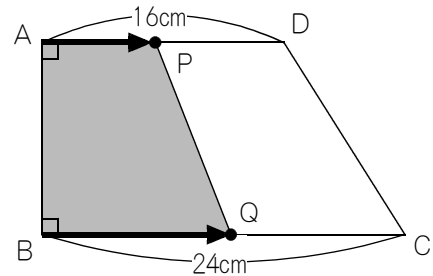
ワンポイント 「上底と下底の和」を利用しましょう。

このような問題では、

上底と下底の和

を利用して、問題を解いていきます。

台形A B C Dの上底と下底の和は、 $16 + 24 = 40$ (cm) です。



40 cmの半分は20 cmですから、

直線P Qが台形A B C Dの面積を2等分するのは、

A P + B Qが20 cmになったときです。

PはAを出発して毎秒2 cm、QはBを出発して毎秒4 cmですから、A P + B Qは、1秒あたり $2 + 4 = 6$ (cm) ずつ増えます。

A P + B Qが20 cmになるのは、 $20 \div 6 = 3\frac{1}{3}$ (秒後) です。

反復問題(練習) 4 (2)

ワンポイント 「上底と下底の和」を利用しましょう。

点Pは辺AD上を往復し、点Qは辺BC上を往復することに注意しましょう。
(よく、点PはAを出発してからDを通ったあと、Cのほうへ進んでいってしまう
というかんちがいしやすいです。注意しましょう。)

直線PQが2回目に台形ABCDの面積を
2等分するのは、右図のようになったときです。
このような問題では、

進んだ長さの和か差がわかるように、
問題が仕組まれていることが多い。

この問題もやはり仕組まれています。
右図のように、Pが進んだ長さをア、
Qが進んだ長さをイとすると、進んだ
長さの和は、ア+イ になります。これを
求めることができるように、問題が
仕組んであるわけです。

右の図で、ア+ウ はAD 2本ぶんですから、
 $16 \times 2 = 32$ (cm) です。イ+エ はBC 2本ぶんですから、
 $24 \times 2 = 48$ (cm) です。よって、ア+イ+ウ+エ は、 $32 + 48 = 80$ (cm) です。

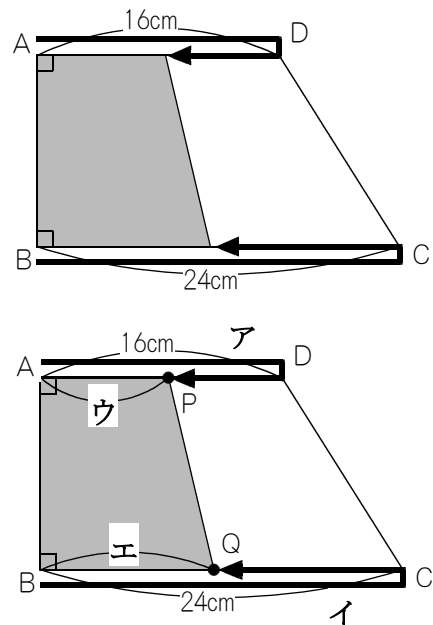
知りたいのは ア+イ ですから、ア+イ+ウ+エ では、ウ+エ の長さがじゃまです。

この、ウ+エ は、(1)と同じく台形ABCDの面積を2等分しているので、20 cmのはずです。

よって、ア+イ は、 $80 - 20 = 60$ (cm) です。

以上のことから、PとQの進んだ長さの和が、60 cmになればよいことがわかりました。

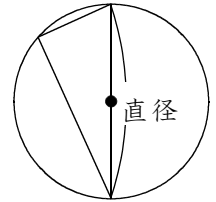
PとQは1秒あたり、 $2 + 4 = 6$ (cm) ずつ進みますから、 $60 \div 6 = 10$ (秒後) です。



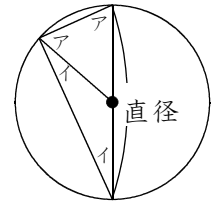
反復問題(練習) 5

ワンポイント 直角三角形になる条件を理解しましょう。

三角形APQの3つの辺のうち、どれかの辺が直径になっていれば、その三角形は直角三角形になります。

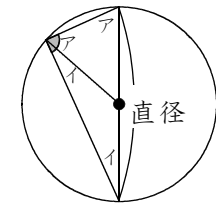


なぜなら、右の図のように円の中から線を引き、半径と半径は等しいので、二等辺三角形が2つできます。



二等辺三角形の2つの角は等しいので、右の図のようにアとア、イとイにすると、三角形の内角の和は180度なので、アアイイ=180度です。

よって、アイは $180 \div 2 = 90$ (度) になるので、右の図のかげをつけた角度は直角になり、三角形は直角三角形になります。



三角形APQが直角三角形になるためには、

- ① APが直径になる
- ② AQが直径になる
- ③ PQが直径になる

のどれかが必要です。

どちらにしる、「点Pが1周し終えるまでの時間の間」ですから、24秒までで考えればOKです。

また、点Pは1周するのに24秒かかりました。

1周は360度ですから、点Pは1秒あたり、 $360 \div 24 = 15$ (度)の割合で回転します。

点Qは1周するのに36秒かかりました。

1周は360度ですから、点Qは1秒あたり、 $360 \div 36 = 10$ (度)の割合で回転します。

(次のページへ)

① A P が直径になる

点 P は 24 秒で 1 周するのですから，点 P が半周動いて A P が直径になるのは， $24 \div 2 = 12$ （秒後）です。

② A Q が直径になる

点 Q が 180 度動いたときに，A Q は直径になります。

点 Q は 1 秒間に 10 度ずつ動きますから，180 度動くのは， $180 \div 10 = 18$ （秒後）です。

また，点 Q が $360 + 180 = 540$ （度）動いたときにも，A P は直径になりますが， $540 \div 10 = 54$ （秒後）では，点 P が 1 周する時間（= 24 秒）を超えているのでダメです。

③ P Q が直径になる

点 P，点 Q が合わせて 180 度動けば，P Q は直径になります。

$180 \div (15 + 10) = 7.2$ （秒後）に，P Q は直径になります。

また，点 P，点 Q が合わせて $360 + 180 = 540$ （度）動いたときにも，P Q は直径になります。

$540 \div (15 + 10) = 21.6$ （秒後）です。

さらに，点 P，点 Q が合わせて $360 + 360 + 180 = 900$ （度）動いたときにも，P Q は直径になります。

$900 \div (15 + 10) = 36$ （秒後）になりますが，これは点 P が 1 周する時間（= 24 秒）を超えているのでダメです。

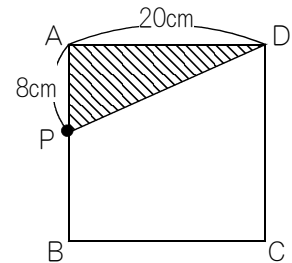
①で 12 秒後，②で 18 秒後，③で 7.2 秒後と 21.6 秒後に三角形 A P Q が直角三角形になりますから，答えは **7.2 秒後，12 秒後，18 秒後，21.6 秒後**です。

トレーニング 1

- (1) 点Pは秒速2cmで動きます。

4秒間で、 $2 \times 4 = 8$ (cm)動きますから、三角形APDは右の図の斜線部分のようになります。

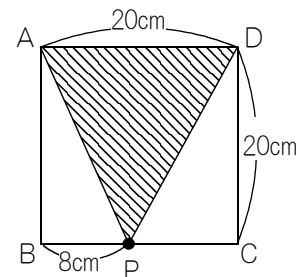
三角形APDの底辺は20cmで、高さは8cmですから、面積は $20 \times 8 \div 2 = 80$ (cm²)です。



- (2) 点Pは秒速2cmで動きます。

14秒間で、 $2 \times 14 = 28$ (cm)動きますから、点PはBを通り超して、あと $28 - 20 = 8$ (cm)動くので、三角形APDは右の図の斜線部分のようになります。

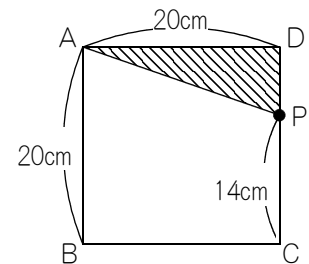
三角形APDの底辺は20cmで、高さも20cmですから、面積は $20 \times 20 \div 2 = 200$ (cm²)です。



- (3) 点Pは秒速2cmで動きます。

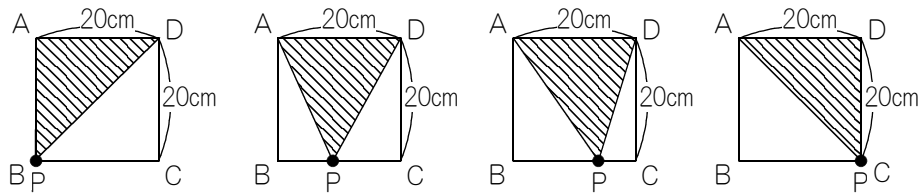
27秒間で、 $2 \times 27 = 54$ (cm)動きますから、点PはBを通り超して、あと $54 - 20 \times 2 = 14$ (cm)動きますから、三角形APDは右の図の斜線部分のようになります。

三角形APDの底辺は20cmで、高さは $20 - 14 = 6$ (cm)ですから、面積は $20 \times 6 \div 2 = 60$ (cm²)です。



(次のページへ)

- (4) 点PがBからCまで動いている間に、三角形APDの面積は変わりません。

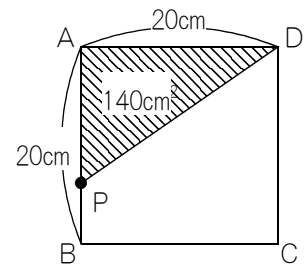


点Pは秒速2cmですから、Bに着くのは $20 \div 2 = 10$ (秒後)、Cに着くのは $(20 + 20) \div 2 = 20$ (秒後)なので、答えは **10秒後から20秒後まで**になります。

- (5) 三角形APDの面積が 140 cm^2 になる1回目は、右の図のようになった場合です。

APの長さを とすると、 $20 \times \text{} \div 2 = 140$ です。

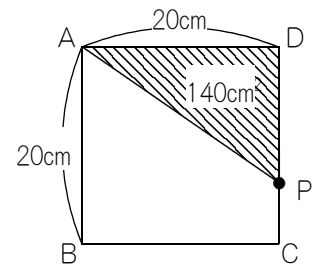
よってAPの長さは $140 \times 2 \div 20 = 14$ (cm)で、点Pは毎秒2cmですから、 $14 \div 2 = 7$ (秒後)です。



三角形APDの面積が 140 cm^2 になる2回目は、右の図のようになった場合です。

PDの長さを とすると、 $20 \times \text{} \div 2 = 140$ です。

よってPDの長さは $140 \times 2 \div 20 = 14$ (cm)で、点Pは、AからBまでの20cm、BからCまでの20cm、CからPまでの $20 - 14 = 6$ (cm)を動きました。



合わせて、 $20 + 20 + 6 = 46$ (cm)動いたことになります。

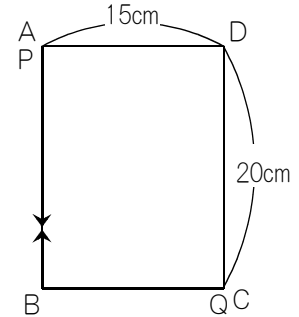
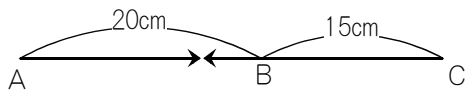
点Pは毎秒2cmですから、 $46 \div 2 = 23$ (秒後)です。

よって答えは、**7秒後と23秒後**です。

トレーニング 2

- (1) 点Pと点Qがはじめて重なるときは、右の図のようになっています。

矢印が折れ曲がっているのでまっすぐにとすると、下の図のようになります。



はじめは $20 + 15 = 35$ (cm) はなれていて、点Pは毎秒 2 cm、点Qは毎秒 3 cmで反対方向に進むのですから、 $35 \div (2 + 3) = 7$ (秒後) に重なります。

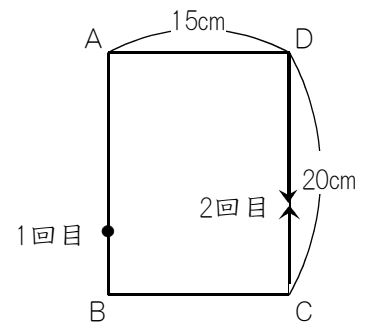
また、点Qは7秒間で $3 \times 7 = 21$ (cm) 進むので、点Bからその場所までは、 $21 - 15 = 6$ (cm) です。

点Aからその場所までは、 $20 - 6 = 14$ (cm) ですから、点Bの方が近く、答えは点Bから 6 cm はなれた場所になります。

- (2) 1回目に重なった点からスタートして、2回目に重なるまでのようすが右の図です。

点Pと点Qは、合わせてちょうど1周ぶん進んで重なります。

1周の長さは、 $(15 + 20) \times 2 = 70$ (cm) で、点Pは秒速 2 cm、点Qは秒速 3 cm ですから、 $70 \div (2 + 3) = 14$ (秒) で重なります。



スタートしてから1回目に重なるまでには、(1)で求めた通り7秒かかり、1回目に重なってから2回目に重なるまでは14秒かかりますから、全部で $7 + 14 = 21$ (秒) かかります。

また、その21秒で、点Pは $2 \times 21 = 42$ (cm) 進みます。

AからB、BからCは、 $20 + 15 = 35$ (cm) です。

点Pは、あと $42 - 35 = 7$ (cm) 進んで、2回目に重なりました。

よって2回目に重なる場所は、点Cから 7 cm はなれたところです。

トレーニング 3

- (1) グラフの折れ曲がっているところで、点Pの動き方が変化したので、点Pは0秒のときにB、 x 秒のときにA、16秒のときにCに着いたことがわかります。

点PはBからAを通過してCまで16秒かかりました。

点Pは秒速1cmなので、BからAを通過してCまでの長さは、 $1 \times 16 = 16$ (cm)です。

ところで問題の図にACは10cmと書いてありましたから、BAは、 $16 - 10 = 6$ (cm)です。

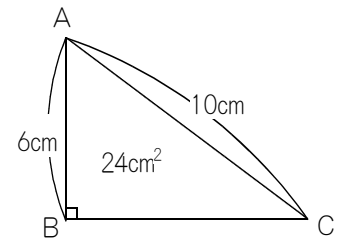
グラフの x は点PがBからAまでの6cmを進むのにかかる時間のことから、 $6 \div 1 = 6$ です。

- (2) (1)で、ABの長さは6cmであることがわかりました。

また、点PがAに着いたときの三角形PBCの面積は 24 cm^2 であることが、グラフによってわかります。

$BC \times 6 \div 2 = 24$ ですから、 $BC = 24 \times 2 \div 6 = 8$ (cm)です。

よって、ABは6cm、BCは8cmであることがわかりました。



- (3) このような問題は、グラフを利用して求めます。

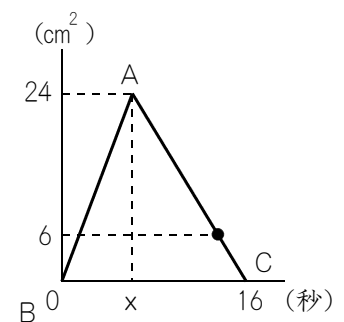
三角形PBCの面積が2回目に 6 cm^2 になるのは、右のグラフの●をつけたところです。

x は(2)で求めたとおり6ですから、6秒後から16秒後までの $16 - 6 = 10$ (秒間)で、面積は 24 cm^2 へっています。

1秒あたり、 $24 \div 10 = 2.4 (\text{cm}^2)$ ずつへっていくことになります。

6秒のときは 24 cm^2 だったので、 6 cm^2 になるためには、 $24 - 6 = 18 (\text{cm}^2)$ だけへればよいので、 $18 \div 2.4 = 7.5$ (秒)かかります。

6秒のときの7.5秒後ですから、 $6 + 7.5 = 13.5$ (秒後)に、2回目に 6 cm^2 になります。



トレーニング 4

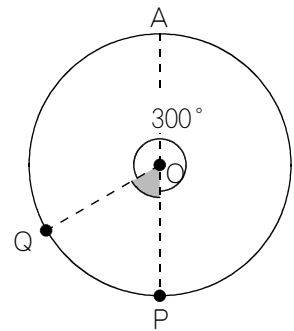
- (1) 点Pと点Qは反対方向に動きます。

点Pは毎秒9度，点Qは毎秒6度ずつ動くのですから，1秒あたり， $9+6=15$ (度)ずつはなれていきます。

- ① 8秒後には， $15 \times 8 = 120$ (度)はなれて，角POQは **120** 度になります。

- ② 20秒後には， $15 \times 20 = 300$ (度)はなれて，右の図のようになります。

角POQの小さい方の角度は，右の図のかげをつけた角ですから， $360-300=$ **60** (度)です。



- ③ 点P，点Q合わせて1周すれば重なります。

$360 \div (9+6) =$ **24** (秒後)です。

- (2)① 点Pは24秒で1周するので，1秒あたり， $360 \div 24 =$ **15** (度)です。

点Qは40秒で1周するので，1秒あたり， $360 \div 40 =$ **9** (度)です。

- ② ①で求めたとおり，点Pは毎秒15度，点Qは毎秒9度動きます。

点Pと点Qは同じ方向に動くので，1秒あたり， $15-9=6$ (度)ずつはなれていきます。

90度はなれて直角になるのは， $90 \div 6 =$ **15** (秒後)です。

- ③ ②でわかった通り，点Pと点Qは1秒あたり，6度ずつはなれていきます。

ちょうど1周(=360度)ぶんはなれたときにはじめて重なるのですから， $360 \div 6 =$ **60** (秒後)です。

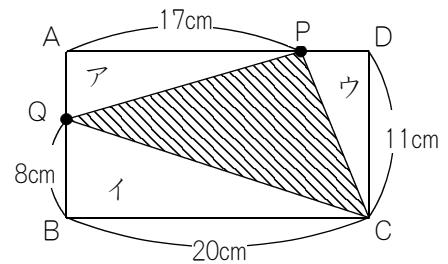
実戦演習 1

- (1) 点Pは秒速5cm, 点Qは秒速3cmですから, 18秒間で点Pは $5 \times 18 = 90$ (cm)進み, 点Qは $3 \times 18 = 54$ (cm)進みます。

長方形ABCDのまわりの長さは $(11+20) \times 2 = 62$ (cm)です。

点Pは1周とあと $90 - 62 = 28$ (cm), 点Qは1周まであと $62 - 54 = 8$ (cm)のところにあります。

点PはAをこえてあと $28 - 11 = 17$ (cm)のところにいるので, 三角形PQCは右の図の斜線部分になります。



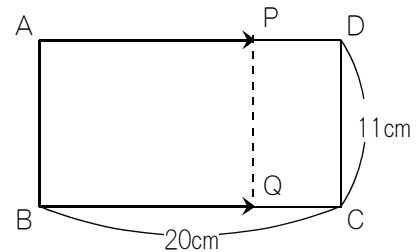
アの面積は $17 \times (11 - 8) \div 2 = 25.5$ (cm²),

イの面積は $20 \times 8 \div 2 = 80$ (cm²),

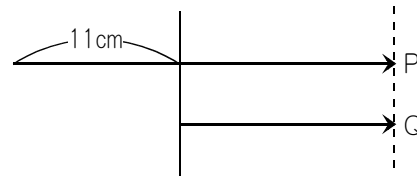
ウの面積は $(20 - 17) \times 11 \div 2 = 16.5$ (cm²)です。

よって斜線部分の面積は, $11 \times 20 - (25.5 + 80 + 16.5) = 220 - 122 = 98$ (cm²)です。

- (2) 点Pは点Qよりも速いので, 右の図のようになって直線PQがABと平行になります。



折れ曲がっているのをまっすぐにとすると, 点Pは点Qよりも11cm後ろからスタートして, いつ追いつけるか, という問題になります。

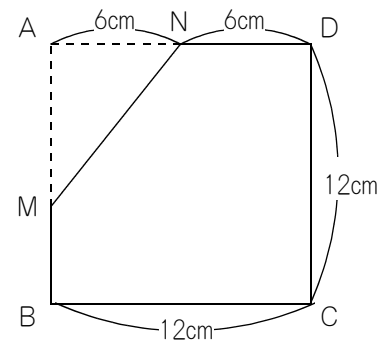


点Pは秒速5cm, 点Qは秒速3cmですから, $11 \div (5 - 3) = 5.5$ (秒後)に追いつきます。

実戦演習 2 (1)

問題文をちゃんと読めば、かんたんに解くことができます。

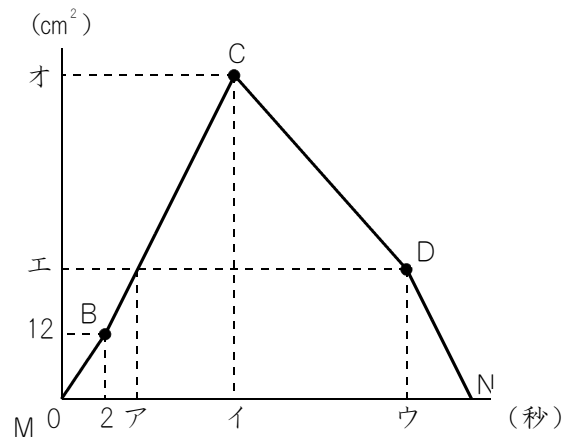
四角形 $ABCD$ は1辺 12 cm の正方形で、 N は辺 AD の真ん中の点ですから、 AN も ND も、 $12 \div 2 = 6(\text{cm})$ です。



グラフの●をつけたところはグラフが折れ曲がったところを表しています。

よって0秒のときは点 P は M にいて、2秒のときは B 、1秒のときは C 、ウ秒のときは D 、そして面積が0になったときは N についたときのことを表しています。

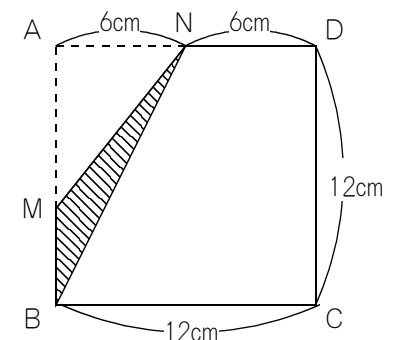
(ア秒のときは●がついていないので、グラフが折れ曲がっていないことに注意しましょう。)



2秒のときに点 P が B にきたときは、三角形 PNM は右の図の斜線部分のようになっています。

この面積が 12 cm^2 ですが、底辺を MB とすると、高さは AN なので 6 cm です。

よって、 $MB \times 6 \div 2 = 12$ となり、 $MB = 12 \times 2 \div 6 = 4(\text{cm})$ です。



点 P は、 M から B まで2秒かかっているのですから、点 P の秒速は、 $4 \div 2 = 2(\text{cm})$ です。

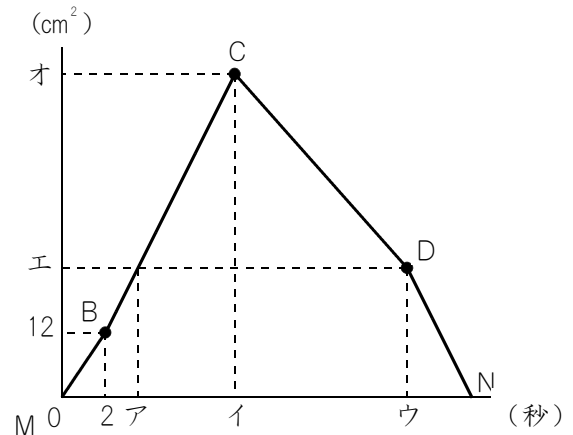
実戦演習 2 (2)

アから求めようとしてはいけません。アがもっともむずかしいです。

(1)で、点Pは2秒のときにB、1秒のときにCに着いたことがわかっています。

BからCまでは12cmで、(1)で求めたとおり点Pは秒速2cmですから、BからCまでは $12 \div 2 = 6$ (秒)かかります。

よってイは $2 + 6 = 8$ (秒)になります。



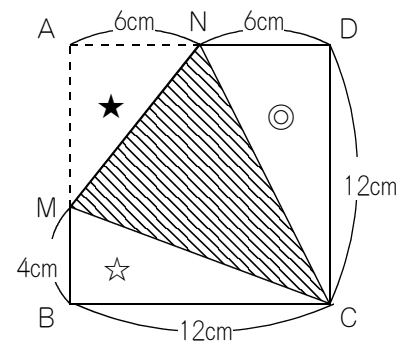
1秒のときは、三角形PMNは右の図の斜線部分のようになっています。

★の面積は、 $6 \times (12 - 4) \div 2 = 24$ (cm²),

☆の面積は、 $12 \times 4 \div 2 = 24$ (cm²),

◎の面積は、 $6 \times 12 \div 2 = 36$ (cm²)ですから、

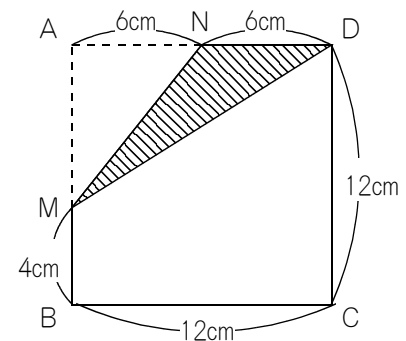
斜線部分の面積は、 $12 \times 12 - (24 + 24 + 36) = 60$ (cm²)です。これがオです。



また、CからDも12cmなので6秒かかりますから、ウは $8 + 6 = 14$ (秒)です。

ウ秒のときは、三角形PMNは右の図の斜線部分のようになっています。

斜線部分の面積は、 $6 \times (12 - 4) \div 2 = 24$ (cm²)です。これがエです。



(次のページへ)

これで、グラフの数値がかなりわかってきました。まだわかっていないのはアです。

ア秒のときは、●がついていないので、グラフが折れ曲がっていません。

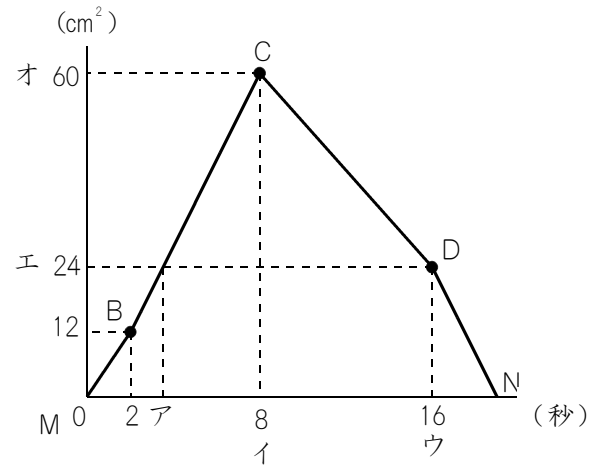
2秒のときは 12 cm^2 で、8秒のときは 60 cm^2 ですから、 $8-2=6$ (秒)で、 $60-12=48$ (cm^2) 増えています。

1秒あたり、 $48 \div 6 = 8$ (cm^2) ずつ増えています。

ア秒のときは、面積が 24 cm^2 になっているので、2秒のときの 12 cm^2 よりも、 $24-12=12$ (cm^2) だけ増えています。

1秒あたり 8 cm^2 ずつ増えるのですから、 $12 \div 8 = 1.5$ (秒) かったことになり、アは $2+1.5=3.5$ (秒) です。

これで、ア、イ、ウ、エ、オはそれぞれ、**3.5, 8, 14, 24, 60** であることがわかりました。

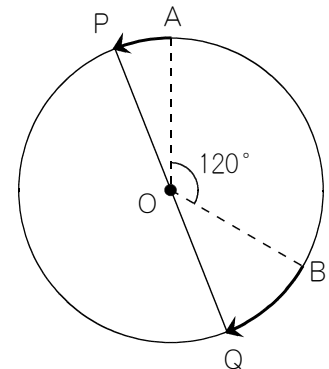


実戦演習 3 (1)

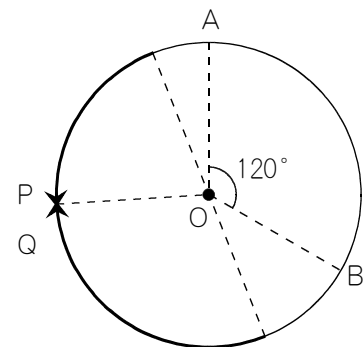
P は 18 秒で 1 回転するので、1 秒あたり、 $360 \div 18 = 20$ (度) ずつ回転します。

Q は 12 秒で 1 回転するので、1 秒あたり、 $360 \div 12 = 30$ (度) ずつ回転します。

P Q が直径になる 1 回目は、右の図のように P, Q 合わせて、 $180 - 120 = 60$ (度) 回転したときですから、 $60 \div (20 + 30) = 1.2$ (秒後) です。

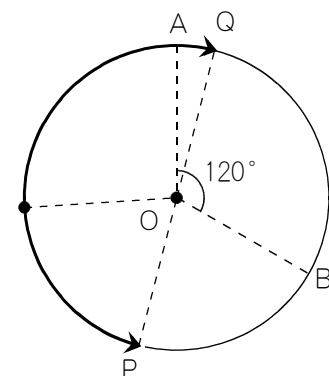


そのあと、 $180 \div (20 + 30) = 3.6$ (秒) で P と Q が重なり、



さらにあと 3.6 秒で、P Q が直径になります。

よって P Q が 2 回目に直径になるのは、出発してから $1.2 + 3.6 + 3.6 = 8.4$ (秒後) です。



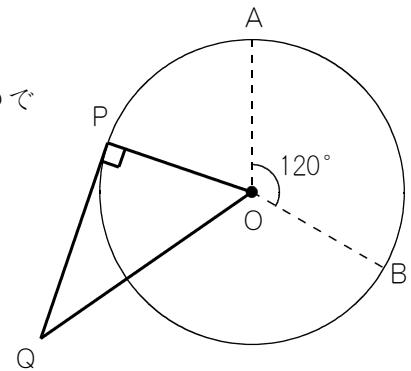
P Q が直径になるのは、1 回目が **1.2** 秒後、2 回目が **8.4** 秒後であることがわかりました。

実戦演習 3 (2)

ふつう，三角形が直角三角形になるためには，3つの角のいずれかが直角になればよいのですが，三角形OPQの場合は，点Pと点Qは円周上にあります。

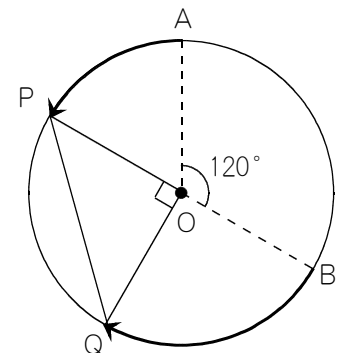
たとえば点Pのところが直角になると，右の図のようになるので点Qが円周上から外れてしまい，おかしいです。

点Qのところが直角の場合も，同じようにしておかしいですから，三角形OPQが直角三角形になるとすれば，点Oのところが直角になる必要があります。

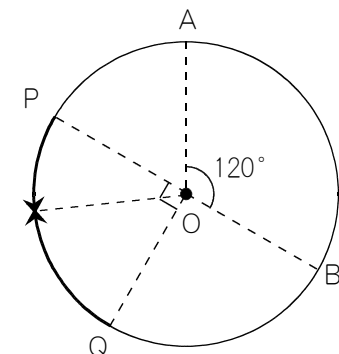


点Oのところが直角になる1回目は，P，Q合わせて， $360 - (120 + 90) = 150$ (度)回転すればよいです。

(1)で求めた通り，Pは1秒あたり20度，Qは1秒あたり30度回転しますから，P，Q合わせて150度回転するのは， $150 \div (20 + 30) = 3$ (秒後)です。

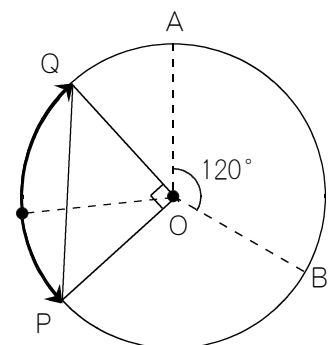


そのあと， $90 \div (20 + 30) = 1.8$ (秒)で重なり，



さらにあと1.8秒で，PとQが直角に広がります。

よってPQが2回目に直径になるのは，出発してから $3 + 1.8 + 1.8 = 6.6$ (秒後)です。



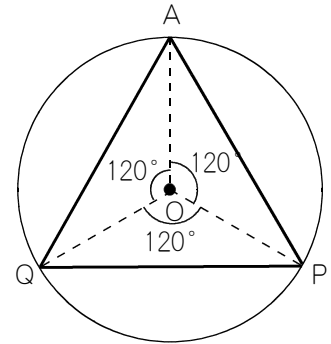
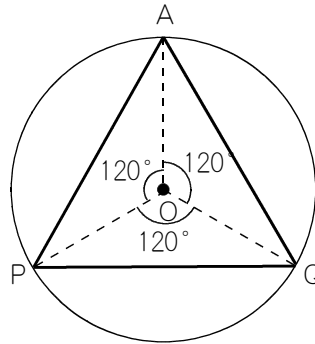
三角形OPQが直角三角形になるのは，1回目が3秒後，2回目が6.6秒後であることがわかりました。

実戦演習 3 (3)

三角形APQの3つのちょう点のうち、点Aはずっと動きません。

三角形APQが正三角形になるのは、
右の図の2通りが考えられます。

どちらにしろ、PやQは120度の
倍数を回転したときに、右の図の
状態になりえます。

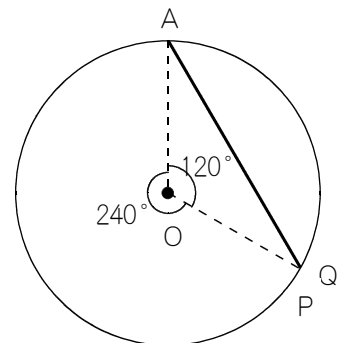


Pは毎秒20度ずつ回転するので、 $120 \div 20 = 6$ (秒)の倍数のときに、図の状態になりえます。

Qは毎秒30度ずつ回転するので、 $120 \div 30 = 4$ (秒)の倍数のときに、図の状態になりえます。

6と4の最小公倍数は12ですから、まず「12秒後」が答えになりそうです。

しかし12秒後には、PはAから $20 \times 12 = 240$ (度)回転し、
QはBから $30 \times 12 = 360$ (度)回転するので、右の図のように
PとQは同じ点になり、正三角形にはなりません。



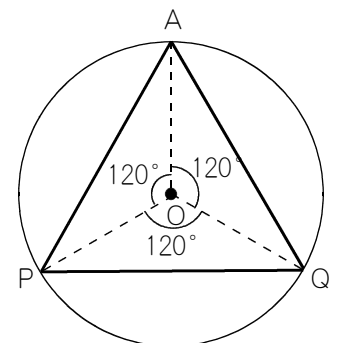
次に、12秒後の2倍である、24秒後について考えます。

24秒後には、PはAから $20 \times 24 = 480$ (度)回転するので、1まわりとあと $480 - 360 = 120$ (度)
回転します。

QはBから $30 \times 24 = 720$ (度)回転して、もとのB点にもどります。

よって右の図のようになり、三角形APQは正三角形となるので
OKです。

したがって、答えは **24** 秒後になります。



実戦演習 4 (1)

点Pと点Qが重なるとしたら、辺ACのどこかで重なるしかありえないことに注意しましょう。

この問題にはいろいろな解き方がありますが、「おそい人(この問題では点Qのこと)が端に立って速い人(この問題では点Pのこと)を待ち構える」という解き方で解説します。

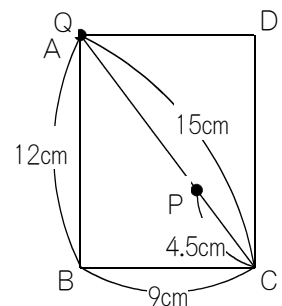
おそい人である点QがAまで進んで、点Pを待ち構えます。

点QはAまで進むのに、 $9 \div 2 = 4.5$ (秒)かかります。

その4.5秒で、点Pは $3 \times 4.5 = 13.5$ (cm)進みますから、点PはCから $13.5 - 9 = 4.5$ (cm)だけ、Aの方へ進んだところにいます。

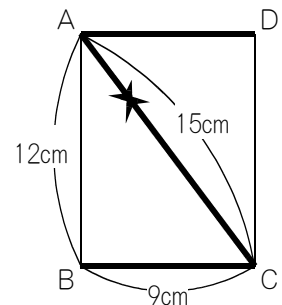
点Pと点Qは、 $15 - 4.5 = 10.5$ (cm)はなれていますから、 $10.5 \div (3 + 2) = 2.1$ (秒)で、重なります。

よって点Pと点Qが重なるのは、出発してから $4.5 + 2.1 = 6.6$ (秒後)です。



別解 (1)を解くだけならば、次のような解き方が簡単です。

点Pと点Qは、右の図の太線のようにして重なります。



まっすぐにすると右の図のようになり、 $9 + 15 + 9 = 33$ (cm)はなれたところから、秒速3cmと秒速2cmで反対方向に進むので、重なるとすれば、 $33 \div (3 + 2) = 6.6$ (秒後)です。



確かに6.6秒で、Pは $3 \times 6.6 = 19.8$ (cm)進むので、BCの長さである9cmよりも長いし、BからCを通過してAまでの長さである $9 + 15 = 24$ (cm)よりも短いので、CAの途中で重なります。

点Pと点Qは、出発してから **6.6** 秒後にはじめて重なることがわかりました。

実戦演習 4 (2)

この問題も「おそい人が端に立って速い人を待ち構える」という解き方で解説しますので、(1)の解き方を理解してから(2)の解説を読みましょう。

点Pは1周するのに、 $(9+15+12) \div 3 = 12$ (秒)かかります。

点Qは1周するのに、 $(9+15+12) \div 2 = 18$ (秒)かかります。

12と18の最小公倍数は36なので、36秒たったときに、点Pも点Qも出発地点にもどります。

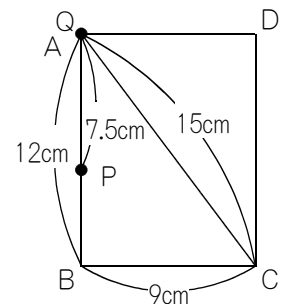
よって、36秒を1セットとして、同じことをくり返すことになります。

1回目の重なりは、6.6秒後であることが(1)でわかりました。

次に、点Qが18秒で1周して、のこり $9 \div 2 = 4.5$ (秒)でAまで進んで、点Pを待ち構えます。

$18 + 4.5 = 22.5$ (秒)で点Pは1周(= 12秒)し、あと $22.5 - 12 = 10.5$ (秒)進みます。

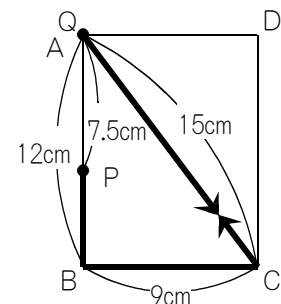
点Pは $3 \times 10.5 = 31.5$ (cm)を進みますから、BからC、Aを通りこして、あと $31.5 - (9+15) = 7.5$ (cm)を進むので、点Pは右の図の位置にいます。



点Pと点Qは右の図のように、 $(12 - 7.5) + 9 + 15 = 28.5$ (cm)はなれているので、 $28.5 \div (3+2) = 5.7$ (秒)で重なります。

重なるまでに点Qは、 $2 \times 5.7 = 11.4$ (cm)進んでいるので、確かにA Cのどこかで重なっています。

この重なりは、点Pと点Qが出発してから、 $22.5 + 5.7 = 28.2$ (秒後)です。



よって、1セット(= 36秒)の中で点Pと点Qが重なるのは、6.6秒後と28.2秒後の2回あることがわかりました。

4セット = $36 \times 4 = 144$ (秒)あれば、点Pと点Qは $2 \times 4 = 8$ (回)重なります。

10回目に重なるのは、あと $10 - 8 = 2$ (回)ぶんです。

1回目は6.6秒後、2回目は28.2秒後ですから、144秒に28.2秒をプラスして、答えは $144 + 28.2 = 172.2$ (秒後)になります。