

シリーズ6年上第8回・くわしい解説

目 次

重要問題チェック	1	…p.2
重要問題チェック	2	…p.3
重要問題チェック	3	…p.4
重要問題チェック	4	…p.5
重要問題チェック	5	…p.6
重要問題チェック	6	…p.7
重要問題チェック	7	…p.8
重要問題チェック	8	…p.9
重要問題チェック	9	…p.10
重要問題チェック	10	…p.11
重要問題チェック	11	…p.12
重要問題チェック	12	…p.13
重要問題チェック	13	…p.14
重要問題チェック	14	…p.15
重要問題チェック	15	…p.16
重要問題チェック	16	…p.17
重要問題チェック	17	…p.18
ステップアップ演習	1	…p.19
ステップアップ演習	2	…p.20
ステップアップ演習	3	…p.22
ステップアップ演習	4	…p.24
ステップアップ演習	5	…p.27
ステップアップ演習	6	…p.28
ステップアップ演習	7	…p.29

すぐる学習会

<https://www.suguru.jp>

重要問題チェック

1

全部書いてもたいしたことはありません。

十の位を0にすることはできません。

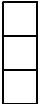
十の位を1にしたとき、残っているカードは0, 1, 2ですから, 10, 11, 12の3通りの整数ができます。

十の位を2にしたとき、残っているカードは0, 1, 1ですから, 20, 21の2通りの整数ができます。

全部で, $3+2=5$ (通り)の整数ができたことになります。

重要問題チェック 2

色に関係なく3枚を並べる方法としては、 ,  があります。

 は  と同じ並べ方だし、 は  と同じ並べ方であることに注意しましょう。

 のとき、3枚のうちどの1枚を黒にするかによって、 ,  の2通りが考えられます。

 のときも、3枚のうちどの1枚を黒にするかによって、 ,  の2通りが考えられます。

全部で、 $2+2=4$ (通り)の並べ方があります。

重要問題チェック 3

- (1) 「赤」「青」「白」とわざわざ漢字で書くのはムダなので，赤を○，青を×，白を△にします。

「取り出す」のですから，たとえば○×と×○では，「○と×を1個ずつ取り出す」という「取り出し方」は同じです。注意しましょう。

箱の中には赤が3個，青が2個，白が1個入っていたのですから，○○○××△が入っていたことになります。

2個の取り出し方は，

○が2個の場合 … ○○の1通り

○が1個の場合 … ○×，○△の2通り

○が0個の場合 … ××，×△の2通り。△△は(△が1個しかないので)できないことに注意しましょう。

全部で， $1+2+2=5$ (通り)です。

- (2) (1)と同じように，箱の中に○○○××△が入っていたことにします。

3個の取り出し方は，

○が3個の場合 … ○○○の1通り

○が2個の場合 … ○○×，○○△の2通り

○が1個の場合 … ○××，○×△の2通り。
○△△は△が1個しかないので無理です。

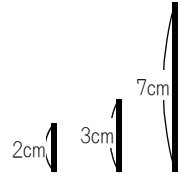
○が0個の場合 … ××△の1通り

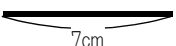
全部で， $1+2+2+1=6$ (通り)です。

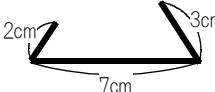
重要問題チェック 4

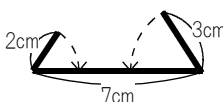
たとえば，右の図のように2 cm，3 cm，7 cmの棒があったとします。

これらの3本の棒で，三角形を作ろうとします。



まず，7 cmの棒を  のように横にして置いておき，

そこに，2 cmの棒と3 cmの棒を取りつけて，  のようにして三角形を作ろうとします。

三角形を作ることはできませんね。無理に作ろうとすると  となります。

三角形が作れなかったのは，2 cmと3 cmの棒が短すぎたためです。

2 cmと3 cmの棒の長さの合計が7 cmよりも長ければ，三角形を作ることができたはずで

す。

つまり，3本の棒の長さをそれぞれ「小」「中」「大」とすると，「小」と「中」の合計が「大」よりも長くなる必要があります。

小 + 中 > 大

 ということです。

注意 小 + 中 = 大 の場合も，三角形は作れないことに注意しましょう。

この問題では，2 cm，4 cm，5 cm，6 cmの4本の棒の中から3本をえらんで三角形を作ろうとします。

4本のうち3本をえらぶのですから，1本だけ選ばない棒があると考えて，

6 cmをえらばない場合 … 2 cm，4 cm，5 cmをえらびますが， $2 + 4 > 5$ ですからOKです。

5 cmをえらばない場合 … 2 cm，4 cm，6 cmをえらびますが， $2 + 4 > 6$ はダメです。

4 cmをえらばない場合 … 2 cm，5 cm，6 cmをえらびますが， $2 + 5 > 6$ ですからOKです。

2 cmをえらばない場合 … 4 cm，5 cm，6 cmをえらびますが， $4 + 5 > 6$ ですからOKです。

よって，答えは **3** 種類です。

重要問題チェック 5

大小2つのさいころをふるとき，出た目の合計は最大で $6+6=12$ です。

出た目の合計が4の倍数になるのは，4，8，12の場合だけです。

出た目の合計が4の場合 … (大，小) = (1，3)，(2，2)，(3，1)の3通りです。

出た目の合計が8の場合 … (大，小) = (2，6)，(3，5)，(4，4)，(5，3)，(6，2)の5通りです。

注意 さいころの目は6までしかないことに注意しましょう。

出た目の合計が12の場合 … (大，小) = (6，6)の1通りです。

全部で， $3+5+1=9$ (通り)です。

注意 たとえば，(大，小) = (1，3)と，(3，1)はちがう出方です。

なぜなら，大川君と小川君という2人がいたとして，「大川君に1億円，小川君に3億円」あげるのと，「大川君に3億円，小川君に1億円」あげるのでは，ちがうあげ方ですね。

このように，さいころにも大，小などと名前がついている場合は，別々の出方としてカウントするのです。

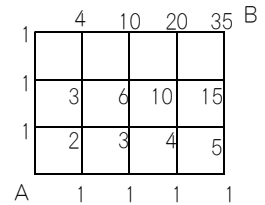
さいころに名前がついていなくて，「2つのさいころをふると1と3が出た」というような場合は，「1と3が出る」と「3と1が出る」のは同じ出方です。

なお，「2人の人に」のように，人間を対象とする問題の場合は，問題に人の名前が書いていなくても，名前がついているものとして解いていくのが常識です。

「2人の人にそれぞれ1億円と3億円をあげます。何通りのあげ方がありますか」という問題だったら，答えは1通りではなく，2通りと答えますよね。それと同じです。

重要問題チェック 6

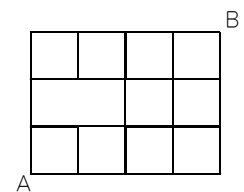
- (1) 右の図のように書いていけば、AからBまでの道順は **35** 通りであることがわかります。



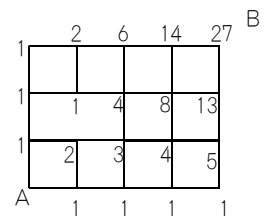
別解 AからBまでは7本の道を通らなければなりませんが、「→→→→→→→」のように横線だけ7本書いてはBまでたどりつけず、7本の横線のうち3本を縦線にしなければなりません。

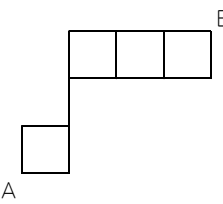
「7本中3本」を縦線にするのですから、 $\frac{7 \times 6 \times 5}{3 \times 2 \times 1} = 35$ (通り) になります。

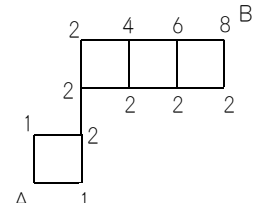
- (2) ×印をつけた道を削除して、



右の図のように書いていけば、AからBまでの道順は **27** 通りであることがわかります。



別解 ×印をつけた道を必ず通る場合、 のようになります。

AからBまでの道順は、 となるので8通りです。

(1)で、AからBまでの道順は全部で35通りあることがわかっていますが、その中で×印を必ず通るのは8通りありますから、×印を通らない道順は、 $35 - 8 = 27$ (通り) になります。

重要問題チェック

7

(1) AからBまでの道順は3通りあり，そのそれぞれに対してBからCまでの道順は5通りずつありますから，AからBを通過してCまでの道順は， $3 \times 5 = 15$ (通り)あります。

(2) AからBまでの道順は3通り，BからCまでの道順は5通り，CからBまでもどるときは，道は5本ありますが行きに通った1本は帰りには通れないので4通り，BからAまでもどるときも道は3本ありますが，行きに通った1本は帰りには通れないので2通りです。

全部で， $3 \times 5 \times 4 \times 2 = 120$ (通り)になります。

重要問題チェック

8

- (1) 右の図のようにAからEの席を決めたとします。

A	B	C	D	E
---	---	---	---	---

Aには5人のうちだれかがすわるので5通り，
BにはAですわった人以外のだれかがすわるので4通り，
CにはA，Bですわった人以外のだれかがすわるので3通り，
DにはA，B，Cですわった人以外のだれかがすわるので2通り，
EにはA，B，C，Dですわった人以外のだれかがすわるので1通り。

全部で， $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$ (通り)の並び方があります。

- (2) 両端が父と母になるので，

A	B	C	D	E
---	---	---	---	---

Aが父でEが母の場合，Bにはのこり3人のうちだれかがすわるので3通り，
CにはBですわった人以外のだれかがすわるので2通り，
DにはB，Cですわった人以外のだれかがすわるので1通り。
全部で， $3 \times 2 \times 1 = 6$ (通り)の並び方があります。

Aが母でEが父の場合も，同じく6通りあります。

したがって，両端が父と母になるような並び方は， $6 \times 2 = 12$ (通り)あります。

重要問題チェック

9

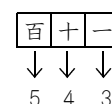
10 円玉は表か裏かの 2 通り, 50 円玉も表か裏かの 2 通り, 100 円玉も表か裏かの 2 通り, 500 円玉も表か裏かの 2 通りあります。

全部で, $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$ (通り) あります。

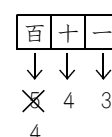
重要問題チェック 10

- (1) 3けたの整数を作るのですから，百の位，十の位，一の位に並べるカードを選ぶ必要があります。

$\boxed{0}$ のカードを百の位でも並べていいことにすると，百の位は5枚のカードのうちどれかを並べるので5通り，十の位は百の位以外のどれかを並べるので4通り，一の位は百の位と十の位以外のどれかを並べるので3通りです。



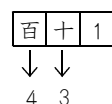
実際は，百の位だけは $\boxed{0}$ を並べてはいけなないので5通りではなくて4通りになります。



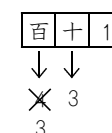
全部で， $4 \times 4 \times 3 = 48$ (通り)の整数ができます。

- (2) 奇数になるためには，一の位が奇数であればよいので，一の位に $\boxed{1}$ か $\boxed{3}$ かのどちらかを並べます。

一の位を $\boxed{1}$ にしたとき， $\boxed{0}$ のカードを百の位でも並べていいなら，百の位は $\boxed{0}$ ， $\boxed{2}$ ， $\boxed{3}$ ， $\boxed{4}$ のいずれかなので4通り，十の位は百の位以外のどれかを並べるので3通りです。



実際は，百の位だけは $\boxed{0}$ をならべてはいけなないので4通りではなくて3通りになります。



よって，一の位を $\boxed{1}$ にしたときは， $3 \times 3 = 9$ (通り)の奇数ができます。

一の位を $\boxed{3}$ にしたときも，やはり9通りの奇数ができますから，全部で， $9 \times 2 = 18$ (通り)の奇数ができることになります。

重要問題チェック

11

色は4色ですが，場所は5つあります。よって，どこかとどこかを同じ色にしなければなりません。

「色をぬり分ける」ときには，となり同士を同じ色にしてはいけません。

よって，同じ色をぬることができるのは，はなれている場所である，アとエ，アとオ，イとエ，イとオの4パターンあります。

アとエを同じ色にする場合，アとエにぬる色は4色のうちどれかなので4通り，イにぬる色はアとエ以外の3通り，ウはそれ以外の2通り，オはそれ以外の1通りになり，全部で， $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ (通り)のぬり分け方があります。

「アとエ」パターンの場合は24通りのぬり分け方ができることがわかりました。

「アとオ」パターンも，「イとエ」パターンも，「イとオ」パターンも，やはり24通りのぬり分け方があります。

全部で， $24 \times 4 = 96$ (通り)のぬり分け方があることになります。

重要問題チェック

12

「選ぶ」だけで、「選んでから並べる」わけではないことに注意しましょう。

(1) 「6本中2本を選ぶ」のですから、 $\frac{6 \times 5}{2 \times 1} = 15$ (通り)の組み合わせがあります。

(2) 「6本中3本を選ぶ」のですから、 $\frac{6 \times 5 \times 4}{3 \times 2 \times 1} = 20$ (通り)の組み合わせがあります。

(3) たとえば、君が100体の人形を持っていたとします。その100体のうち、98体を選んで他の人にあげなければいけないとします。そのとき、98体を選びますか？98体を選ぶのではなくて、「他の人にあげない2体を選ぶ」のではないですか？

つまり、「100体の中から98体を選ぶ」というのは、「100体の中から2体を選ぶ」とことと同じなのです。

同様に考えて、(3)の問題である「6本の中から4本を選ぶ」というのは、「6本の中から2本を選ぶ」ということと同じです。よって、(1)と同じことになりますから、答えは15通りです。

重要問題チェック 13

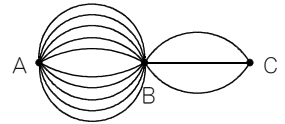
男子は「5人中2人を選ぶ」のですから、 $\frac{5 \times 4}{2 \times 1} = 10$ (通り)です。

女子は「3人中1人を選ぶ」のですから、もちろん3通りです。

男子2人の選び方は10通りですから、10本の通り道があることと同じです。

女子1人の選び方は3通りですから、3本の通り道があることと同じです。

よって右の図のAからBを通してCまでの通り道は何通りあるかという問題と同じことになるので、 $10 \times 3 = 30$ (通り)です。



重要問題チェック 14

三角形を作るには、3個の点が必要です。

全部で6個の点があり、その中から3個の点を選ぶことになります。

「6個中3個の点を選ぶ」のですから、 $\frac{6 \times 5 \times 4}{3 \times 2 \times 1} = 20$ (通り)の選び方があります。

しかし、できる三角形は20個ではありません。

なぜなら、3個の点を選んでも、三角形ができないことがあるからです。

Aの直線にある点3個を選んだ場合、三角形はできません。

また、Iの直線にある点3個を選んだ場合も、三角形はできません。

よって、「6個中3個の点を選ぶ」20通りのうち、2通りの場合は三角形ができないことになります。

三角形ができるのは、残り $20 - 2 = 18$ (通り)ですから、できる三角形は18個になります。

重要問題チェック 15

- (1) 1つの試合をするとき，2チーム選んで試合をさせます。

全部で8チームあるのですから，8チーム中2チームを選んで試合をさせることになります。

「8チーム中2チームを選ぶ」のですから， $\frac{8 \times 7}{2 \times 1} = 28$ (試合)です。

- (2) 負けチームに注目します。

1試合するごとに，1チームが負けます。

もし3試合したら，3チームが負けます。

もし5チームが負けるのなら，5試合することになります。

優勝が決まったとき，優勝チームは負けていませんが，優勝チーム以外はどこかで負けたはずです。

全部で8チームあるのですから，優勝チーム以外の7チームが負けました。

7チームが負けるためには，7試合することになります。

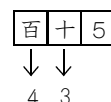
このようにして，Nチームのトーナメント戦をする場合は，(N-1)試合が行われることになります。

重要問題チェック 16

- (1) 5の倍数になるためには、一の位が0か5でなければなりません。

0というカードはないので、一の位は5で決まりです。

百の位には、5以外の4枚のどれにしてもよいので、4通りの並べ方があります。



十の位は、百の位で使った以外の3通りの並べ方があるので、全部で $4 \times 3 = 12$ (通り)の整数ができます。

- (2) 4の倍数になるためには、十の位と一の位でできる2けたの数(下2けた)が、4の倍数であればOKです。

4の倍数になるためには、せめて偶数でなければならないので、一の位は2か4です。

一の位が2のとき、下2けたが4の倍数になるのは、12, 32, 52です。

一の位が4のとき、下2けたが4の倍数になるのは、24のみです。

よって、

--

1

2

,

--

3

2

,

--

5

2

,

--

2

4

 が4の倍数です。

--

1

2

 の場合、

--

 には3, 4, 5のいずれかが入るので3通りできます。

--

1

2

,

--

5

2

,

--

2

4

 の場合も3通りできるので、全部で $3 \times 4 = 12$ (通り) できます。

- (3) 3の倍数になるためには、各位の和が3の倍数にならないければなりません。

各位の和が3の倍数になるのは、連続3個である123, 234, 345と、とびとび連続である135が考えられます。123, 234, 345, 135の4パターンが考えられるわけです。

123パターンの場合、123, 132, 213, 231, 312, 321の6通りの整数ができます。

他のパターンの場合も、すべて6通りずつできますから、全部で、 $6 \times 4 = 24$ (個)の3の倍数ができます。

重要問題チェック 17

- (1) 黒玉を×, 白玉を○とすると, 黒玉は2個あるので××, 白玉は5個あるので○○○○○です。全部で, $2+5=7$ (個)あります。

これを, 7個全部白玉にすると, ○○○○○○○となってしまいますが, これではいけませんね。この7個のうちのどれか2個を選んで, ×にしなければなりません。

つまり, 「7個中2個を選ぶ」のですから, $\frac{7 \times 6}{2 \times 1} = 21$ (通り)の並べ方があります。

- (2) 黒玉を×, 白玉を○, 赤玉を△とすると, 黒玉は5個あるので×××××, 白玉は2個あるので○○, 赤玉は1個なので△です。全部で, $5+2+1=8$ (個)あります。

これを, 8個全部黒玉にすると, ××××××××となってしまいますが, これではいけませんね。この8個のうちのどれか3個を選んで, ○と○と△にしなければなりません。

つまり, 「8個中3個を選ぶ」のですから, $\frac{8 \times 7 \times 6}{3 \times 2 \times 1} = 56$ (通り)の並べ方があります。

しかし答えは56通りではありません。なぜなら, 3個を選んで○と○と△にするのですが, その3個を「○と○と△」, 「○と△と○」, 「△と○と○」にする3通りの方法がありますね。

56通りのそれぞれに対して, 3通りずつの○と○と△の並べ方があるのですから, 全部で $3 \times 56 = 168$ (通り)の並べ方があることになります。

ステップアップ演習 1

- (1) いちいち赤，青，黄，緑と漢字で書くのはめんどうなので，A，B，C，Dにします。

よって，「A，B，C，Dの4つの箱に，A，B，C，Dの4つのボールを1つずつ入れる」ことになります。

Aの箱にAのボールを入れた場合，のこりのB，C，Dの箱には，ちがう色のボールを入れる必要があります。

右のように，2通りの入れ方があります。

箱	A	B	C	D
	A	C	D	B
	A	D	B	C

Bの箱にBのボールを入れた場合も同じように2通りあり，
Cの箱にCのボールを入れた場合も2通り，
Dの箱にDのボールを入れた場合も2通りですから，
全部で， $2 \times 4 = 8$ (通り) の入れ方があります。

- (2) 「完全順列」「かくらん順列」「モンモール数」などの名前がついている，有名な問題です。

この問題も，「A，B，C，Dの4つの箱に，A，B，C，Dの4つのボールを1つずつ入れる」問題にします。

Aの箱にAのボールを入れてはいけません。

Aの箱にBのボールを入れる場合，右のように，3通りの入れ方があります。

箱	A	B	C	D
	B	A	D	C
	B	C	D	A
	B	D	A	C

Aの箱にCのボールを入れる場合も，同じように3通りの入れ方があります。

Aの箱にDのボールを入れる場合もやはり3通りの入れ方があります。

全部で， $3 \times 3 = 9$ (通り) の入れ方があります。

ステップアップ演習 2 (1)

はじめにAに小石があるのですから，ちょうど1まわりして，5目もり進んでAにもどってくる場合をまず考えます。

さいころを2回ふって5目もり進むのですから，「1+4」，「2+3」，「3+2」，「4+1」の，4通りの目の出方があります。

また，ちょうど2まわりして，10目もり進んだときにAにもどってきます。

さいころを2回ふって10目もり進むのですから，「4+6」，「5+5」，「6+4」の，3通りの目の出方があります。

ちょうど3まわりして，15目もり進んでAにもどってくることはありません。なぜなら，さいころを2回ふったときには，最大で $6+6=12$ (目もり)しか進まず，15目もり進むのは無理だからです。

よって，ちょうど1まわりしたときは4通り，ちょうど2まわりしたときは3通りなので，全部で $4+3=7$ (通り)になります。

ステップアップ演習 2 (2)

さいころを3回ふったときの最大の和は、 $6 \times 3 = 18$ です。

小石がEにくるのは、和が4目もり、 $4 + 5 = 9$ (目もり)、 $9 + 5 = 14$ (目もり)のときです。 $14 + 5 = 19$ (目もり)のときは、18を超えているので無理です。

和が4目もりの場合 … 「112」パターンのみです。

和が9目もりの場合 … 「126」、「135」、「144」、「225」、「234」、「333」のパターンがあります。

和が14目もりの場合 … 「266」、「356」、「446」、「455」のパターンがあります。

これらのパターンのうち、「126」「135」「234」「356」パターンは、「ちがうもの3つ」のパターンですが、たとえば「126」なら、 $(1, 2, 6)$ 、 $(1, 6, 2)$ 、 $(2, 1, 6)$ 、 $(2, 6, 1)$ 、 $(6, 1, 2)$ 、 $(6, 2, 1)$ のように、6通りずつあります。

全部で、 $6 \times 4 = 24$ (通り)あることになります。 …(ア)

「112」「144」「225」「266」「446」「455」パターンは、「同じもの2つとちがうもの1つ」のパターンですが、たとえば「112」なら、 $(1, 1, 2)$ 、 $(1, 2, 1)$ 、 $(2, 1, 1)$ のように、3通りずつあります。

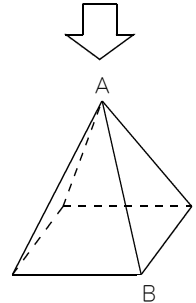
全部で、 $3 \times 6 = 18$ (通り)あることになります。 …(イ)

最後に、「333」パターン。これは $(3, 3, 3)$ の1通りのみです。 …(ウ)

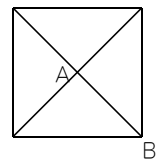
以上、(ア)、(イ)、(ウ)全部合わせて、 $24 + 18 + 1 = 43$ (通り)になります。

ステップアップ演習 3

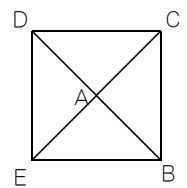
この四角すいに、上から^{ちから}力を加えてぺしゃんこにして、



右のような図にした方が、書きやすくなります。

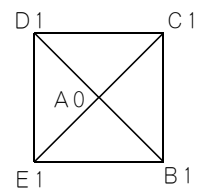


さらに、CからEの記号をつけ加えておきます。



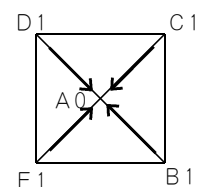
まず、1秒後に進める点について考えます。

Aから1秒後に、Bまで進む方法は、A→Bの1通り。
 Aから1秒後に、Cまで進む方法は、A→Cの1通り。
 Aから1秒後に、Dまで進む方法は、A→Dの1通り。
 Aから1秒後に、Aまで進む方法はありません。



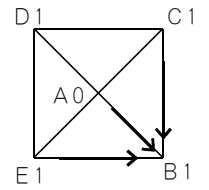
次に、2秒後に進める点について考えます。

Aから2秒後にAまで進む方法は、1秒後にBにいたところからAまで進む方法が1通り、C、D、Eも同じように1通りありますから、 $1+1+1+1=4$ (通り)になります。

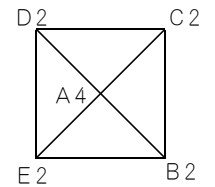


(次のページへ)

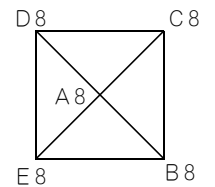
A から2秒後にBまで進む方法は、1秒後にAにいたところからBまで進む方法が0通り、1秒後にCにいたところからBまで進む方法が1通り、Dからは無理、1秒後にEにいたところからBまで進む方法が1通り、全部で、 $0+1+1=2$ (通り)になります。



A から2秒後にCまで進む方法もBと同じく2通り、DもEも同じく2通りですから、2秒後には、右の図のようになります。



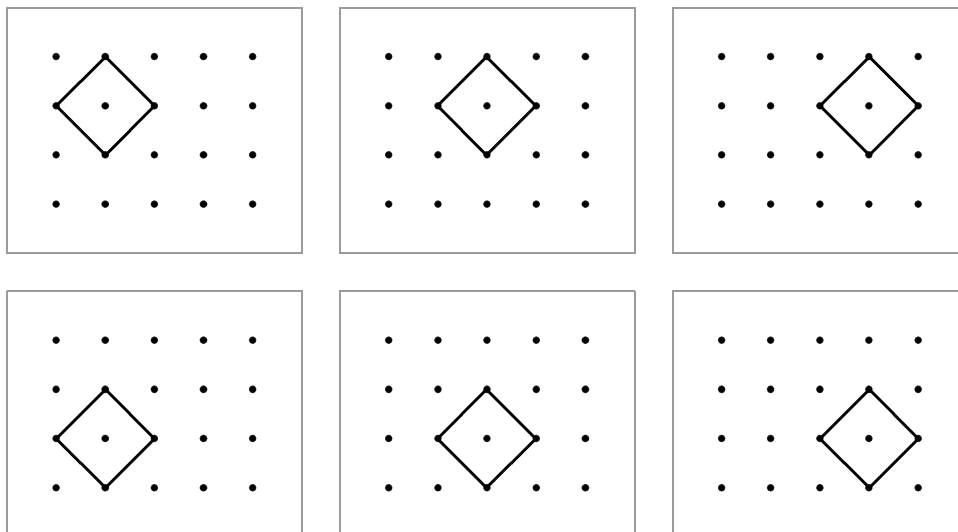
3秒後は、Aは $2+2+2+2=8$ 、Bは $4+2+2=8$ 、CもDもEも8通りですから、右の図のようになります。



4秒後にBに進むような方法は、Aから8通り、Cから8通り、Eから8通りですから、 $8+8+8=24$ (通り)になります。

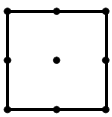
ステップアップ演習 4 (1)

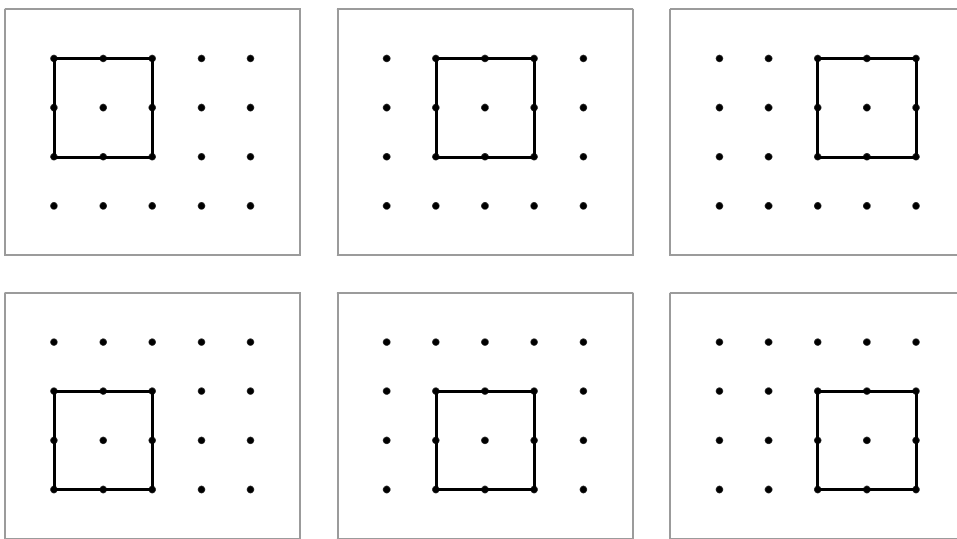
下の図のように、全部で6個作ることができます。

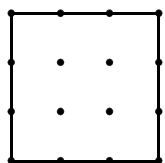


ステップアップ演習 4 (2)

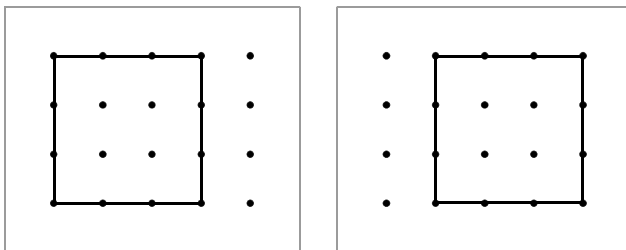
 のような正方形は12個作ることができます。 $3 \times 4 = 12$ (個) ということです。

 のような正方形は、下の図のように6個作ることができます。 $2 \times 3 = 6$ (個) ということです。

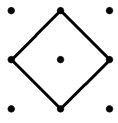


 のような正方形は、下の図のように2個作ることができます。

$1 \times 2 = 2$ (個) ということです。

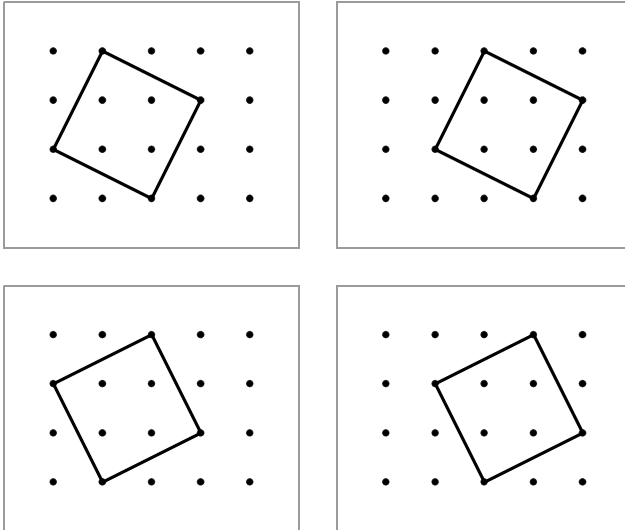


(次のページへ)



のような正方形は6個作ることができます。(1)で求めました。

ここまでで、全部で $12+6+2+6=26$ (個)です。これを答えにしてしまうマチガイが多いですが、まだ、次のような正方形を作ることができます。



全部で、 $26+4=30$ (個)の正方形を作ることができます。

ステップアップ演習 5

以下の解説は、考え方はむずかしいですが、計算はとても簡単です。

右の図のように、ボールが10個あったとしましょう。



もし、「Aは2個、Bは3個、Cは1個、Dを4個」をもらうとしましょう。

そのときは、右の図のように3本の区切り線を書いて、左からAが2個、Bが3個、Cが1個、Dが4個をもらうことになります。



もし、「Aが3個、Bは4個、Cは2個、Dは1個」をもらうなら、右の図のような3本の区切り線になります。



よってこの問題は、右の図のようなアからケの9本の線のうち、どの3本を区切り線にするか、という問題になります。



「9本中、どの3本を選ぶか」ですから、 $\frac{9 \times 8 \times 7}{3 \times 2 \times 1} = 84$ (通り) になります。

ステップアップ演習 6

まず，4段の階段ののぼり方について考えます。

4段目の段をふむ前には，何段目の段をふんでいたでしょうか。

3段のぼって4段目の段をふんだ場合は，その前には1段目をふんでいました。

1段目までののぼり方は1通りのみです。

2段のぼって4段目の段をふんだ場合は，その前には2段目をふんでいました。

2段目までののぼり方は，問題に書いてある通り2通りあります。

1段のぼって4段目の段をふんだ場合は，その前には3段目をふんでいました。

3段目までののぼり方は，問題に書いてある通り4通りあります。

よって，4段の階段ののぼり方は，1段，2段，3段の階段ののぼり方の和になって， $1+2+4=7$ (通り)になります。

同じように考えて，5段の階段ののぼり方は，2段，3段，4段の階段ののぼり方の和になり， $2+4+7=13$ (通り)です。

6段の階段ののぼり方は， $4+7+13=24$ (通り)，

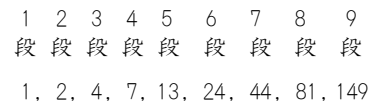
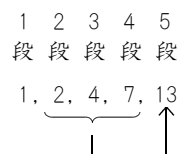
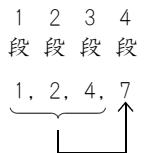
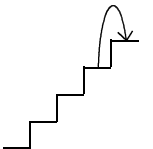
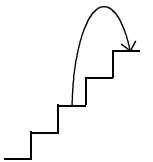
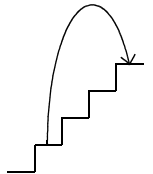
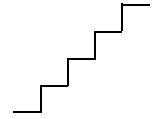
7段の階段ののぼり方は， $7+13+24=44$ (通り)，

8段の階段ののぼり方は， $13+24+44=81$ (通り)，

9段の階段ののぼり方は， $24+44+81=149$ (通り)になります。

注意 9段の階段ののぼり方だけを簡単に求める方法はありません。

1段のとき，2段のとき，……と，地道に計算していくしかないのです。



ステップアップ演習 7

問題の意味がわかりにくいです。しっかり読みましょう。

特に、「となり合うどの2個についても、必ずAが1個はふくまれる」という問題文の意味がわかりにくいです。

たとえば2個が「○□」のようにとなり合っていたとしたら、必ずAが1個はふくまれるのですから、○と□のどちらかは必ずAになっているということです。もちろん、○と□のどちらもAになっていてもかまいません。

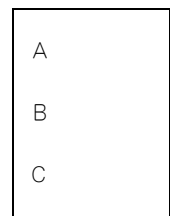
もし、「A□」となっていたら、もう2個のうちの1個はAがふくまれているのですから、□はどんな記号でもよいので、AでもBでもCでもOKになります。

「B□」となっていたら、必ずAが1個はふくまれるようにするためには、□はAにしなければなりません。

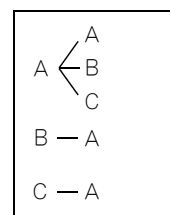
「C□」のときも、□はAにしなければなりません。

では、まず「1個の記号の並べ方」から、考えていきましょう。

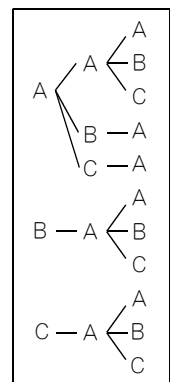
1個のときは、右の図のように、Aのみ、Bのみ、CのみのいずれもOKです。



2個のときは、Aの右どなりにはA、B、CいずれでもOKで、Bの右どなりはAのみ、Cの右どなりもAのみになります。



3個のときも、Aの右どなりにはA、B、CいずれでもOKで、Bの右どなりはAのみ、Cの右どなりもAのみになります。



3個のときは、11通りの並べ方があります。

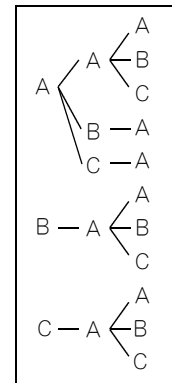
(次のページへ)

3個のときは，右の表の通り，11通りの並べ方がありましたね。
このまま4個，5個，6個，7個のときとやっていって，時間もかかるし，複雑すぎてミスしてしまうでしょうね。

そこで，1個から3個のときのように，樹形図であらわすのではなく，表にしてきまりを見つける方法で解くことにします。

1個のときは，Aが1通り，Bが1通り，Cが1通り，合計3通りですから，右の表のようになります。

個数	1個
A	1
B	1
C	1
計	3



2個のときは，AA，AB，AC，BA，CAとなりますが，右はしがAのものが3通り，Bのものが1通り，Cのものが1通り，合計5通りですから，右の表のようになります。

個数	1個	2個
A	1	3
B	1	1
C	1	1
計	3	5

3個のときは，AAA，AAB，AAC，ABA，ACA，BAA，BAB，BAC，CAA，CAB，CACとなりますが，右はしがAのものが5通り，Bのものが3通り，Cのものが3通り，合計11通りですから，右の表のようになります。

個数	1個	2個	3個
A	1	3	5
B	1	1	3
C	1	1	3
計	3	5	11

表をよく見ると，1個のときの合計個数が2個のときのAになり，2個のときの合計個数が3個のときのAになっています。

個数	1個	2個	3個
A	1	3	5
B	1	1	3
C	1	1	3
計	3	5	11

また，1個のときのAが2個のときのBやCになり，2個のときのAが3個のときのBやCになっています。

個数	1個	2個	3個
A	1	3	5
B	1	1	3
C	1	1	3
計	3	5	11

同じように書いていくと，右の表のようになり，7個の記号の並べ方は **171** 通りあることがわかります。

個数	1個	2個	3個	4個
A	1	3	5	11
B	1	1	3	5
C	1	1	3	5
計	3	5	11	21

個数	1個	2個	3個	4個	5個
A	1	3	5	11	21
B	1	1	3	5	11
C	1	1	3	5	11
計	3	5	11	21	43

個数	1個	2個	3個	4個	5個	6個
A	1	3	5	11	21	43
B	1	1	3	5	11	21
C	1	1	3	5	11	21
計	3	5	11	21	43	85

個数	1個	2個	3個	4個	5個	6個	7個
A	1	3	5	11	21	43	85
B	1	1	3	5	11	21	43
C	1	1	3	5	11	21	43
計	3	5	11	21	43	85	171

(次のページへ)

参考 他の求め方が2種類あります。

「前の前の数 $\times 2$ + 前の数 = 次の数」という決まりがあります。

それによると、

1 番目は 3,

2 番目は 5 ですから、

3 番目は $3 \times 2 + 5 = 11$,

4 番目は $5 \times 2 + 11 = 21$,

5 番目は $11 \times 2 + 21 = 43$,

6 番目は $21 \times 2 + 43 = 85$,

7 番目は $43 \times 2 + 85 = 171$ になります。

また、「前の数 $\times 2 - 1$ 」と「前の数 $\times 2 + 1$ 」のくり返しという決まりもあります。

それによると、

1 番目は 3,

2 番目は $3 \times 2 - 1 = 5$,

3 番目は $5 \times 2 + 1 = 11$,

4 番目は $11 \times 2 - 1 = 21$,

5 番目は $21 \times 2 + 1 = 43$,

6 番目は $43 \times 2 - 1 = 85$,

7 番目は $85 \times 2 + 1 = 171$ になります。