シリーズ6年上第3回・くわしい解説

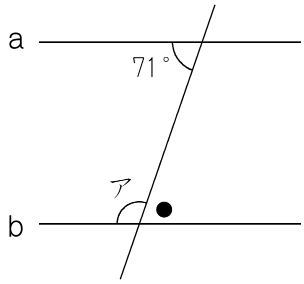
目　次

すぐる学習会
https://www.suguru.jp

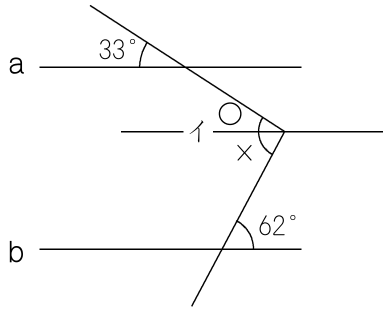
重要問題チェック $\boxed{1}$

右の図の●の角度は71度の角と錯角（ゼット形）になっているので，●も71度です。

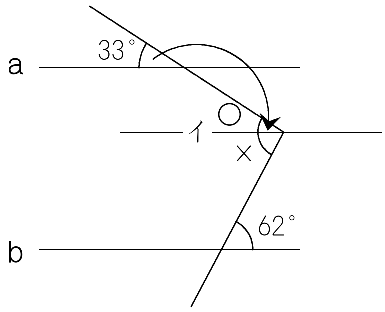
よってアは，180－71＝109(度)です。



イの部分は，右の図のように○と×に分けます。

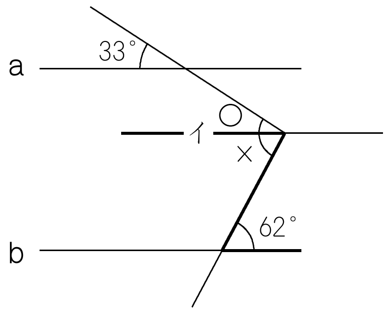


○は，33度を移動しただけなので33度です。



×は，錯角(ゼット形)になっているので62度です。

イは，○と×の合計なので，33＋62＝95(度)です。

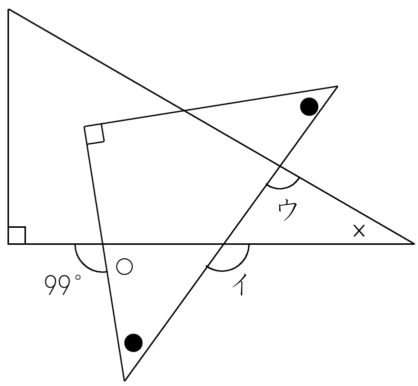


重要問題チェック $\boxed{2}$

(1)　外角の定理により，ア＝57＋40＝97(度)です。

あるいは，三角形の内角の和は180度なので，三角形のわかっていない角度は，180－(57＋40)＝83(度)になるので，ア＝180－83＝97(度)と求めてもOKですが，計算のムダがあります。

(2)　1組の三角定規は，「直角，60度，30度」の直角三角形と，「直角，45度，45度」の直角二等辺三角形の2枚でできています。



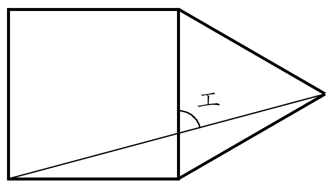
よって，右の図の×は30度，●は45度です。

○は，180－99＝81(度)です。

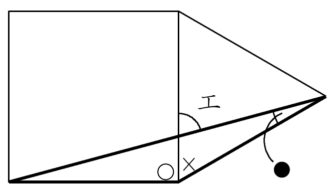
外角の定理により，
イ＝○と●の和＝81＋45＝126(度)です。

また，ふたたび外角の定理により，ウと×の和はイですから，ウ＝イ－×＝126－30＝96(度)です。

(3)　この問題のように，正方形と正三角形のみからできていて，角度が何も書いていない問題の場合は，答えは15度の倍数である可能性が非常に高いです。
エは，見た目が「直角よりもちょっとせまい」ので，90－15＝75(度)と答えれば，正解になります！



実際，正方形の辺はすべて同じ長さで，正三角形の辺もすべて同じ長さですから，右の図の太線の長さはすべて同じです。



よって，右の図の太線でかこまれた三角形は二等辺三角形です。
○は90度で×は60度ですから，○×は 90＋60＝150(度)になるので，●＝(180－150)÷2＝15(度)です。

×は60度で，●は15度ですから，外角の定理により，エ＝60＋15＝75(度)です。

重要問題チェック $\boxed{3}$

(1)　ひし形の面積は,「対角線×対角県÷２」で求めることができます。
このひし形の対角線は，12 cmと 16 cmですから，面積は，12×16÷2＝ 96 (cm^2)です。

(2)　ひし形というのは，向かい合った辺が平行ですから,「平行四辺形」でもあります。

平行四辺形の面積は「底辺×高さ」で求められますから，ひし形の面積も，「底辺×高さ」で求めることができます。

ひし形の底辺をＢＣにすると，高さは a の部分になります。

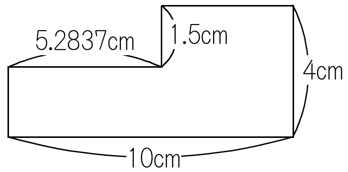
ひし形は，四つの辺の長さがみな同じで，ＡＢが 10 cmですから，底辺であるＢＣも 10 cmです。

よって,「底辺×高さ」は,「10× a」となり，これがひし形の面積である 96 cm^2になります。

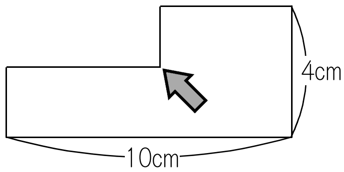
したがって a は，96÷10＝ 9.6 (cm)です。

重要問題チェック $\boxed{4}$ (1)

たとえば，右の図のまわりの長さを，暗算で求めることができますか？

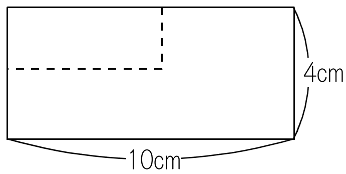


右の図の矢印の部分をたたいて，

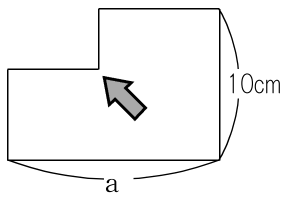


長方形にしても，まわりの長さは変わりません。

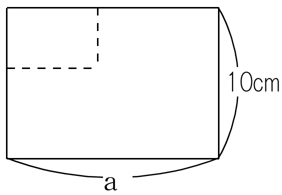
まわりの長さは，(4＋10)×2＝ 28 (cm)になります。



この問題の場合も，右の図の矢印の部分をたたいて，



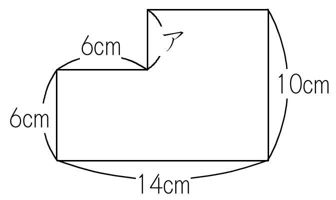
右の図のようにしても，まわりの長さは 48 cmのまま変わりません。



(10＋a)×2＝ 48 ですから，48÷2＝24　　24－10＝14

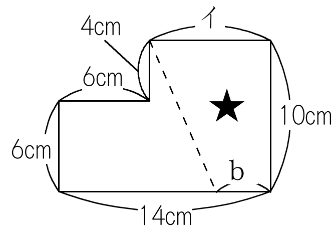
よって a は 14 cmです。

重要問題チェック $\boxed{4}$ (2)



(1)で，a は 14 cmであることがわかりました。

また，右の図のアは 10－6＝ 4 (cm)ですから，この図形の面積は，10×14－4×6＝ 140－24＝ 116 (cm²)です。



右の図の点線によってこの図形の面積を２等分しているので，★の部分の台形の面積は，116÷2＝ 58 (cm²)です。

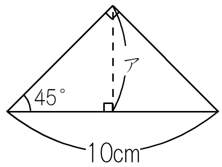
イは 14－6＝ 8 (cm)ですから，(8＋b)×10÷2＝ 58 となり，
58×2＝ 116　　116÷10＝ 11.6　　11.6－8＝ 3.6

よって b は，3.6 cmです。

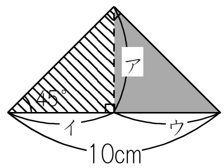
重要問題チェック $\boxed{5}$

(1)　底辺を6cmにすると高さがわからないので，底辺を12cmにします。すると高さは4cmですから，この三角形の面積は，12×4÷2＝24(cm^2)です。

(2)　底辺を10cmにすると，高さは右の図のアの部分です。



右の図のしゃ線部分は直角二等辺三角形ですから，アとイは同じ長さです。



また，かげをつけた部分も直角二等辺三角形ですから，アとウも同じ長さです。

よって，アとイとウは同じ長さになります。

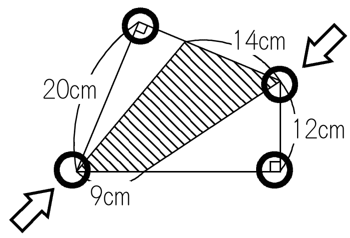
イ＝ウですから，イ＝10÷2＝5(cm)，アも5cmです。

よってこの三角形は，底辺が10cmで，高さは5cmです。

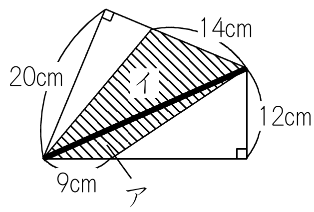
面積は，10×5÷2＝25(cm^2)です。

(3)　この問題のような「2直角四角形」の面積を求めるには，補助線を引きます。

補助線は，四角形の4個の頂点のうち，直角マークのついていない2個の頂点を結んで，



右の図のようにします。



アの三角形は，底辺が9cmで高さが12cmです。

イの三角形は，底辺が14cmで高さが20cmです。

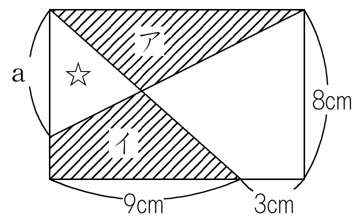
よって，しゃ線をつけた図形の面積は，9×12÷2＋14×20÷2＝54＋140＝194(cm^2)になります。

重要問題チェック $\boxed{6}$

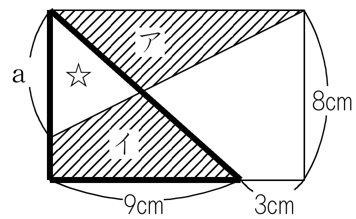
このような問題では，「ア＝イ　ならば，ア☆＝イ☆」という解き方をします。

☆は，アやイ以外の白い部分にします。

右の図のように☆を書くと，

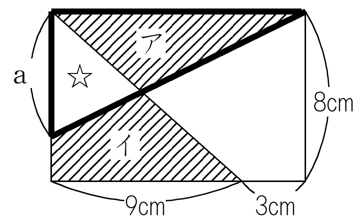


「イ☆」は右の図の太線をつけた三角形で，底辺は９cm，高さは８cmですから，面積は，$9\times8\div2=36$ (cm^2)です。



よって，右の図の太線をつけた三角形である「ア☆」も面積は36 cm^{2}です。

底辺は $9+3=12$ (cm)，高さは a cmですから，
$12\times a\div2=36$ となり，$a=36\times2\div12=6$ (cm)です。



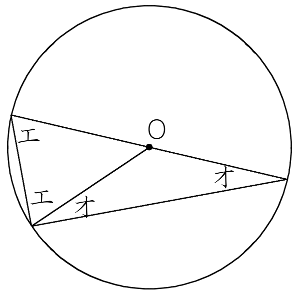
重要問題チェック $\boxed{7}$

(1)　二等辺三角形なので，

180－48＝132　　　132÷2＝66(度)…　ア

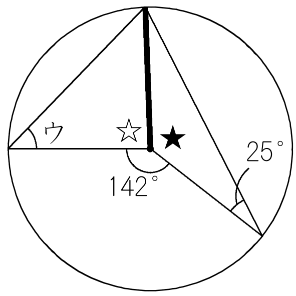
(2)　直径を辺に持つ三角形は，必ず直角三角形であることを利用しましょう。

イ＝180－(73＋90)＝17(度)です。



なぜ，直径を辺に持つ三角形が必ず直角三角形になるのかを簡単に説明すると，右の図のエとエは同じ角度(半径は等しいので二等辺三角形になるから)，オとオも同じ角度なので，エエオオは三角形の内角の和である180度になり，エオはその半分ですから，180÷2＝90(度)になるからです。

(3)　このような問題では，「オカラ」といって，Oから補助線を引きます。



右の図のように補助線を引くと，二等辺三角形が2個できます。

★は，180－25×2＝130(度)です。

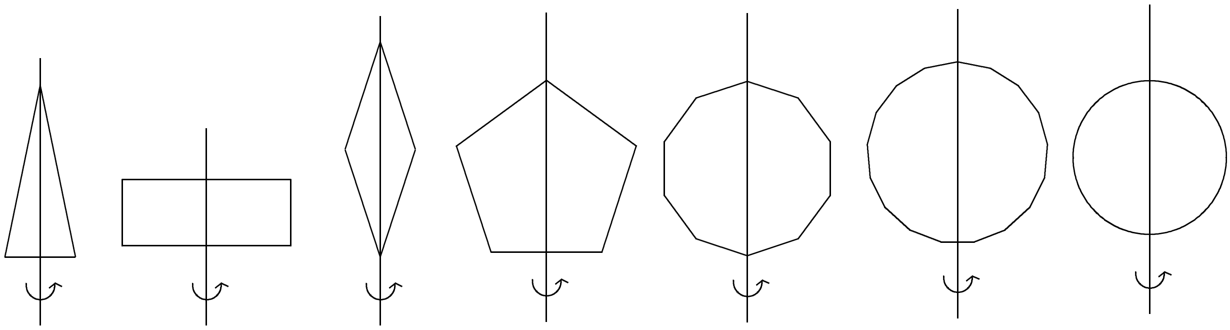
☆は，360－(142＋★)＝360－(142＋130)＝88(度)です。

よってウは，180－88＝92　　　92÷2＝46(度)です。

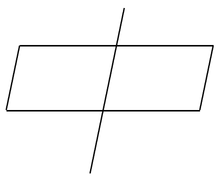
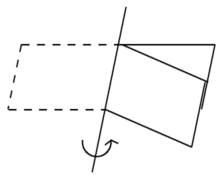
重要問題チェック $\boxed{8}$ (1)

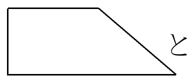
「線対称になる図形」とは，うまく折るとぴったり重なるような図形のことです。

二等辺三角形，長方形，ひし形，正五角形，正十角形，正十七角形，円は，下の図のように折ると重なるので，線対称です。



平行四辺形は，どのように折っても重ならないので，線対称ではありません。

もし，平行四辺形を  を折り目にして折ると  となってしまい，重なりません。

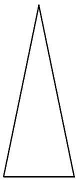
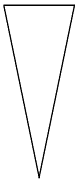
台形も，左右対称な  という形をした台形(等脚（とうきゃく）台形といいます)だったら線対称ですが，一般的な台形である  という形なら，線対称になりません。

よって台形は，「必ず線対称になる」という条件に反します。

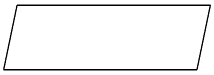
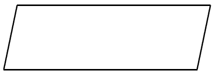
よって線対称であるのは，ア・イ・エ・カ・キ・ク・ケです。

重要問題チェック 8 (2)

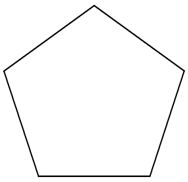
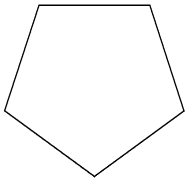
「点対称になる図形」とは，反対から見ても同じ形になっている図形のことです。

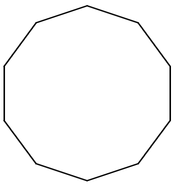
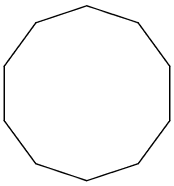
二等辺三角形  は反対から見ると  となるので，点対称ではありません。

長方形  は反対から見ても  となるので，点対称です。

平行四辺形  も反対から見ても  となるので，点対称です。

重要　平行四辺形は，線対称ではないが点対称ではあるので，テストに非常に出題されやすい図形です。

正五角形  は反対から見ると  となるので，点対称ではありません。

正十角形  は反対から見ても  となるので，点対称です。

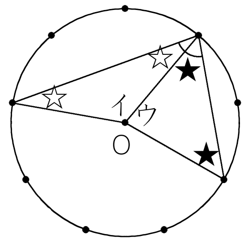
つまり，正奇数角形は点対称ではなくて，正偶数角形なら点対称になります。

よって，正十七角形は点対称ではありません。

円はもちろん点対称ですから，点対称になる図形は，イ・ウ・エ・キ・ケです。

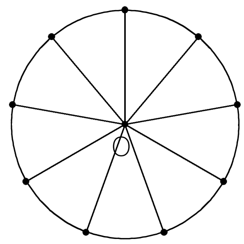
重要問題チェック $\boxed{9}$

　このような問題では，「オカラ」といって，Ｏから補助線を引きます。

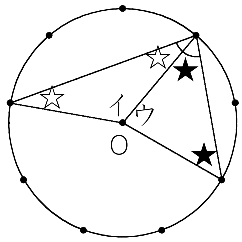


　右の図で，アの部分は☆と★の角度の和です。

　イやウの角度がわかれば，☆の角度も★の角度もわかりそうです。



　右の図のようにすると，円を９等分することになるので，
１目もりあたり，360÷9＝40(度)です。



　イは３目もりにあたるので，40×3＝120(度)です。
　二等辺三角形なので，☆の角度は (180－120)÷2＝30(度)です。

　ウは２目もりにあたるので，40×2＝80(度)です。
　二等辺三角形なので，★の角度は (180－80)÷2＝50(度)です。

　よって，☆は30度，★は50度であることがわかりました。

　アは☆と★の和にあたるので，30＋50＝80(度)です。

重要問題チェック 10

(1)　Ｎ角形の対角線の本数は，「(Ｎ－3)×Ｎ÷2」の公式で求めることができます。

この問題ではＮ＝8ですから，(8－3)×8÷2＝20(本)です。

(2)　Ｎ角形の内角の和は，「180×(Ｎ－2)」の公式で求めることができます。

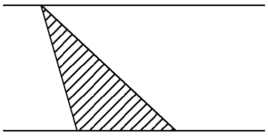
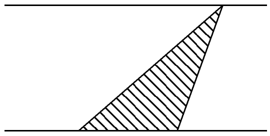
この問題ではＮ＝15ですから，180×(15－2)＝2340(度)です。

(3)　(2)と同じように，内角の和を求めるなら，180×(10－2)＝1440(度)が内角の和ですから，1つの内角は，1440÷10＝144(度)です。

また，「外角の和は必ず360度」の公式を利用する解き方もあります。
十角形の外角の和も360度ですから，1つの外角は，360÷10＝36(度)です。

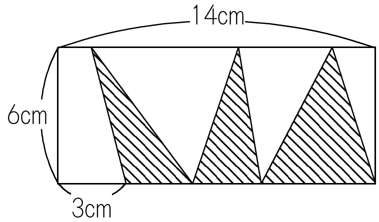
1つの内角と1つの外角の和は180度ですから，1つの外角が36度なら1つの内角は，180－36＝144(度)です。

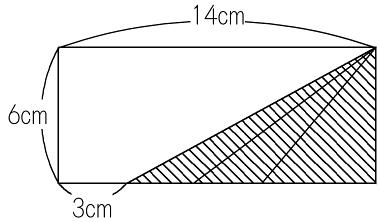
重要問題チェック 11

(1)　三角形  を  としても，面積は変わりません。

三角形の底辺も高さも変わらないので，面積も変わらないのです。
（等積変形といいます。）

よって，右の図のしゃ線部分を，

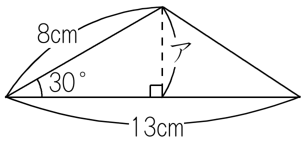


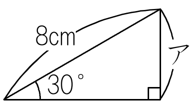


右の図のしゃ線部分のようにしても，面積は変わりません。

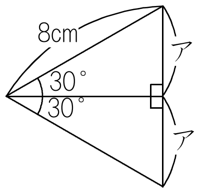
底辺は 14－3＝11(cm)，高さは６cmの三角形ですから，面積は，11×6÷2＝33(cm²)です。

(2)　三角形の底辺を13cmにすると，高さは右の図のアの部分になります。



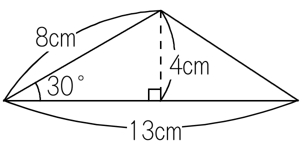
この三角形の中の 

の部分に注目しましょう。

この三角形をもう１個用意してくっつけると， 

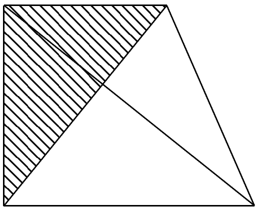
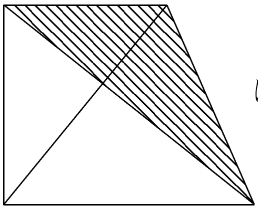
となり，正三角形になります。

アが２つぶんで８cmですから，アは 8÷2＝4(cm)です。

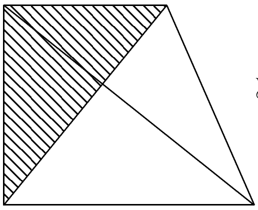
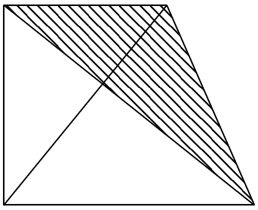
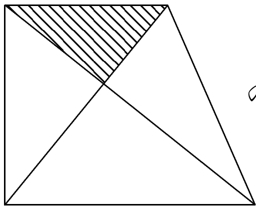


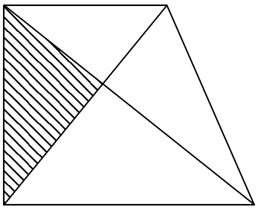
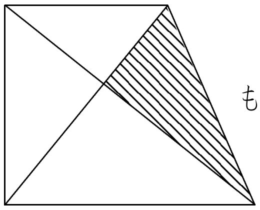
となるので，この三角形の面積は，13×4÷2＝26(cm²)です。

重要問題チェック $\boxed{12}$ (1)

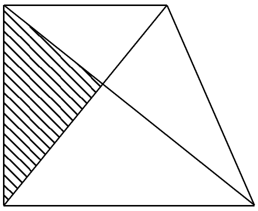
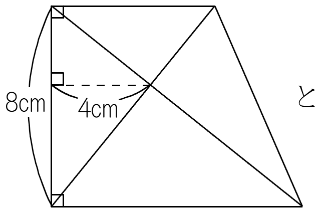
台形において，とは底辺と高さが同じなので，

同じ面積です。

とは，の部分が重なっています。

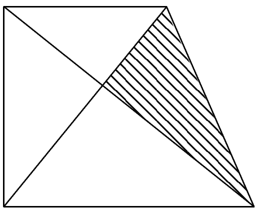
よって，重なりを引いた残りの，とも，同じ面積

になります。

は

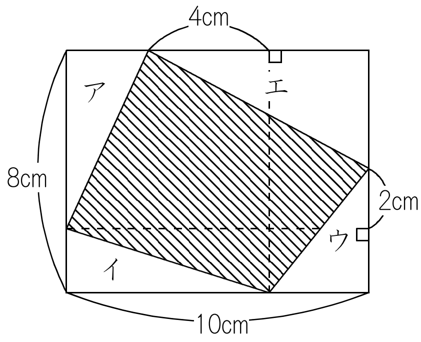
となっていますから，面積は，

$8 \times 4 \div 2 = 16$ (cm²)です。

よって，の面積も，16 cm²になります。

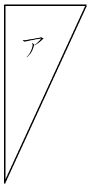
重要問題チェック $\boxed{12}$ (2)

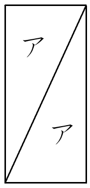
「アイウエ」を書いて求めていきます。



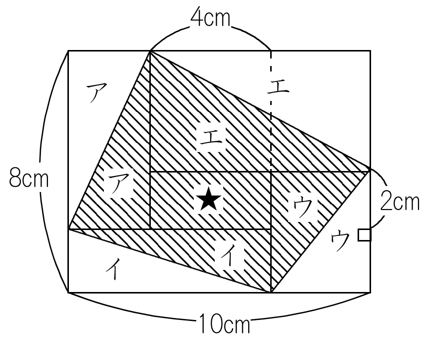
右の図のように，白い部分をア，イ，ウ，エとします。

そして，ア，イ，ウ，エの三角形をもとにして，
それぞれ長方形を作っていきます。

たとえば 

なら， 

のようにするのです。



すると，右の図のようになります。

全体の長方形は，「アアイイウウエエ★」となり
ます。

全体の長方形の面積は 8×10＝80(cm²)で，
★の面積は，2×4＝8(cm²)ですから，
「アアイイウウエエ」の面積は，80－8＝72(cm²)です。

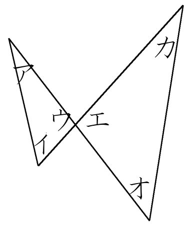
「アアイイウウエエ」が72cm²なら，「アイウエ」は，72÷2＝36(cm²)です。

しゃ線部分の面積は，「アイウエ★」ですから，36＋8＝44(cm²)です。

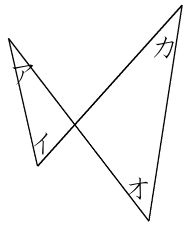
もちろん，長方形全体から白い部分であるアイウエを引いて，80－36＝44(cm²)としてもOKです。

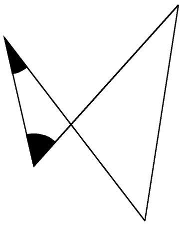
重要問題チェック $\boxed{13}$

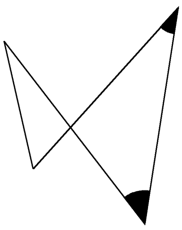
右の図で，「アイウ」は三角形なので180度，「エオカ」も三角形なので180度です。よって，「アイウ」＝「エオカ」です。

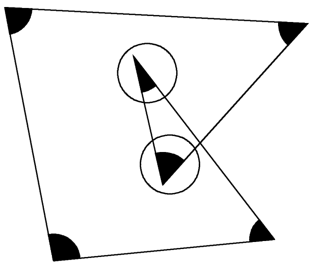


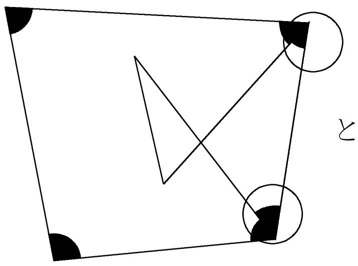
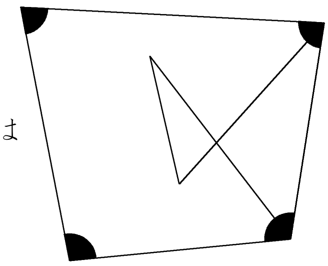
「ウ」と「エ」は対頂角なので等しいですから，
「アイ」＝「オカ」です。



よって，  のように黒くぬられている角を白くして，かわりに，

 のようにぬっても，角度の合計は変わりません。

この問題では，  のようにぬってあるマルの部分を白くして，

かわりに  とすれば黒い部分は  となり，

四角形の内角の和になるので，答えは360度です。

重要問題チェック $\boxed{14}$

(1)　円周の長さ＝半径×2×3.14＝7×2×3.14＝14×3.14＝43.96（cm）

円の面積＝半径×半径×3.14＝7×7×3.14＝49×3.14＝153.86（cm^2）

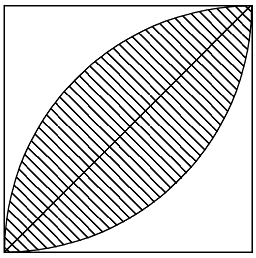
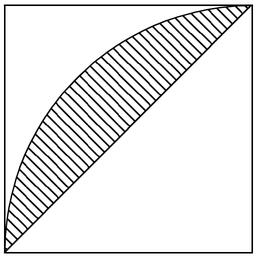
(2)　$\frac{80}{360}=\frac{2}{9}$ ですから，

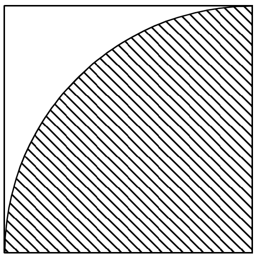
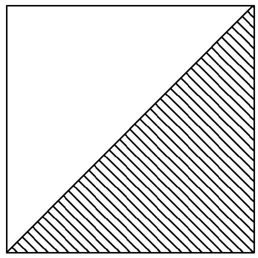
弧の長さ＝$9\times2\times3.14\times\frac{2}{9}=4\times3.14=$ 12.56（cm）

面積＝$9\times9\times3.14\times\frac{2}{9}=18\times3.14=$ 56.52（cm^2）

重要問題チェック 15

次のような「図形式」で理解しましょう。

 ＝  ×2

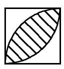
＝（  －  ）×2

＝（ 8×8×3.14÷4 － 8×8÷2 ）×2

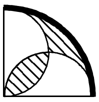
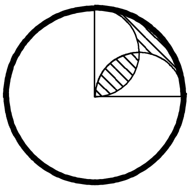
＝（ 50.24 － 32 ）×2

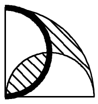
＝ 18.24 ×2

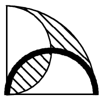
＝ 36.48 (cm²)

参考　円周率が 3.14 のとき，  の面積は正方形の面積の 0.57 倍ということをおぼえておくと，8×8×0.57＝36.48 (cm²)のように，簡単に求められます。

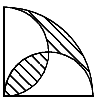
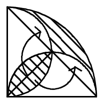
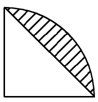
重要問題チェック $\boxed{16}$

(1)  は  の円周の $\frac{1}{4}$ なので，$6\times2\times3.14\times\frac{1}{4}=3\times3.14$ です。

 は半径が3cmの半円の弧なので，$3\times2\times3.14\div2=3\times3.14$ です。

 も同じく 3×3.14 です。

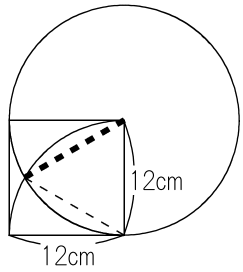
よって，まわりの長さは「3×3.14」が3つぶんになりますから，$3\times3.14\times3=9\times3.14=$ 28.26(cm)です。

(2)  の  の部分を2つに分けて  とし， のように移動させると， となります。

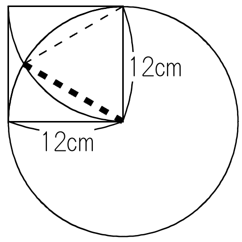
四分円－三角形＝$6\times6\times3.14\times\frac{1}{4}-6\times6\div2=9\times3.14-18=28.26-18=$ 10.26(cm^2) です。

重要問題チェック $\boxed{17}$

(1)　右の図の太線は，円の半径ですから 12 cmです。

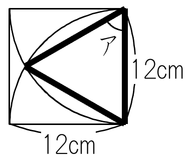


右の図の太線も，同じく円の半径ですから 12 cmです。



よって，右の図の太線でかこまれた三角形は，正三角形です。

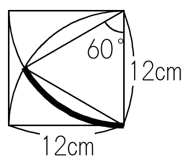
アの角度は 60 度になります。



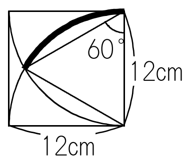
(2)　まわりの長さを求めるときは，「なぞる」ことが大切です。
なぞることによって，直線部分の長さを加え忘れるなどのミスがなくなります。

$\frac{60}{360}=\frac{1}{6}$ ですから，右の図の太線部分の長さは，

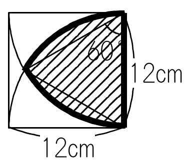
$12\times2\times3.14\times\frac{1}{6}=4\times3.14=12.56$ (cm)です。



右の図の太線部分の長さも，同じく 12.56 cmです。

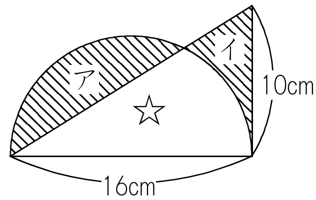


よって，右の図のしゃ線部分のまわりの長さは，
$12.56\times2+12=$ 37.12 (cm)です。



重要問題チェック 18

(1)　右の図のように，白い部分を☆とすると，
「アとイの差」は，「ア☆とイ☆の差」と同じです。



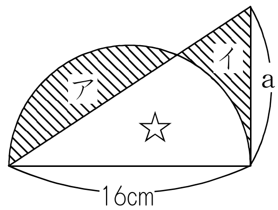
なぜかというと，たとえばア君とイ君の身長の差が10 cmだとして，２人とも☆cmの高さの台の上に乗ったとき，「ア☆」と「イ☆」の差は 10 cmのままだからです。

「ア☆」は半円で，半径は 16÷2＝ 8 (cm)ですから，「ア☆」の面積は，
8×8×3.14÷2＝ 100.48 (cm^2)です。

「イ☆」は三角形で，底辺は16cm，高さは10cmですから，「イ☆」の面積は，
16×10÷2＝ 80 (cm^2)です。

よって「ア☆」と「イ☆」の面積の差は 100.48－80＝ 20.48 (cm^2)ですから，アとイの差も，20.48 cm^2です。

(2)　(1)と同じく，白い部分を☆とします。



「アとイの面積」が等しいとき，「ア☆とイ☆の面積」も等しくなります。

ア☆の面積は，(1)と同様に 8×8×3.14÷2＝ 100.48 (cm^2)です。

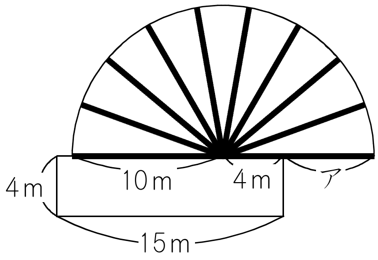
よって，イ☆の面積も，100.48 cm^2になります。

イ☆は三角形の形をしていて，底辺は 16 cm，高さは a cmですから，
16× a ÷2＝ 100.48　　　　a ＝ 100.48×2÷16＝ 12.56 (cm)です。

重要問題チェック $\boxed{19}$

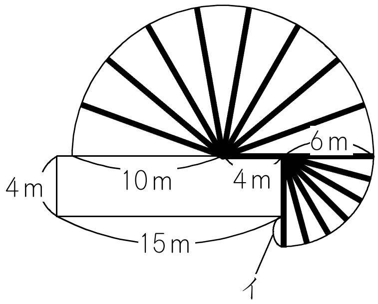
ロープの長さは10ｍなので，右の図のような半円をえがきます。

アの長さは，10－4＝6(ｍ)です。

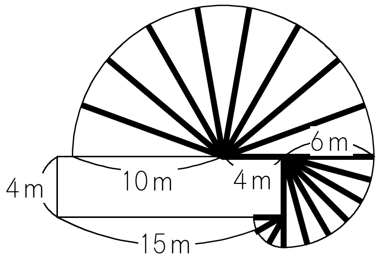


右の図のように，半径６ｍの四分円もえがきます。

イの長さは，6－4＝2(ｍ)です。



右の図のように，半径２ｍの四分円もえがきます。



犬が動ける範囲は，半径10ｍの半円，半径６ｍの四分円，半径２ｍの四分円ですから，

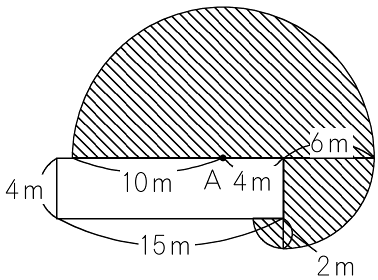
$10\times10\times3.14\div2+6\times6\times3.14\div4+2\times2\times3.14\div4$

$=50\times3.14+9\times3.14+1\times3.14$

$=(50+9+1)\times3.14$

$=60\times3.14$

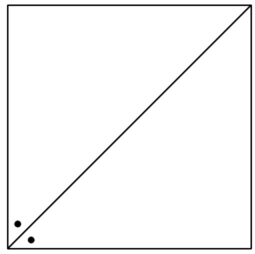
$=188.4$ (cm^2)です。



重要問題チェック $\boxed{20}$

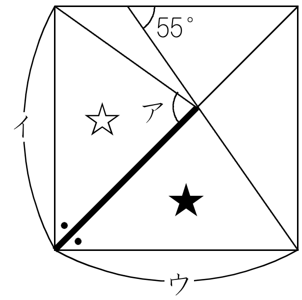
右の図は，正方形に対角線を引いたものです。

図の●と●の角度は，どちらも 45 度で等しいです。

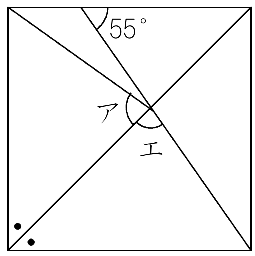


右の図の☆と★の三角形は合同です。

なぜなら，イとウは正方形の一辺ですから同じ長さで，
太線の長さは共通，●はどちらも 45 度で等しいからです。



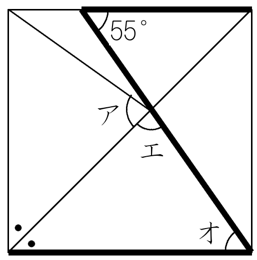
よって，右の図の角アと角エは同じ大きさです。



さっ角(ゼット形)なので，右の図のオは 55 度です。

●は 45 度ですから，エは，180－(55＋45)＝ 80(度)です。

アとエは同じ大きさの角ですから，アも 80 度になります。



重要問題チェック 21

(1)　正方形の面積の求め方は２種類あります。

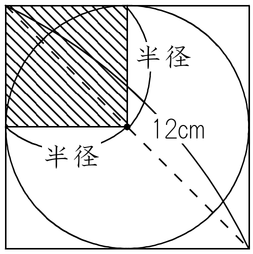
１種類目は，ふつうに「１辺×１辺」という求め方です。

２種類目は，正方形を「ひし形」だとみなして，「対角線×対角線÷２」で求める方法です。

この問題の場合は，２種類目の「対角線×対角線÷２」で求めます。

対角線の長さは 12 cmですから，この正方形の面積は，12×12÷2＝ 72 (cm^2)です。

(2)　このような問題では，「正方形の面積の求め方が２種類ある」ことを利用します。



円の半径を利用するために，右の図のしゃ線部分のような正方形を作ります。

この正方形の対角線は，12÷2＝ 6 (cm)です。

よって，この正方形の面積は，
対角線×対角線÷2＝6×6÷2＝ 18 (cm^2)です。

正方形の面積の求め方は２種類あり，もう１つの求め方は，「１辺×１辺」です。

「１辺」とは，円の半径のことですから，「半径×半径」もやはり 18 cm^2です。

「半径」を求めることはできませんが，円の面積なら求めることができます。なぜなら，円の面積は「半径×半径×3.14」で求めるのですが，「半径」はわからなくても，「半径×半径」は 18 ですから，$\underbrace{\text{半径×半径}}_{\text{18になります}}$×3.14＝ 18×3.14＝ 56.52 ($cm^2$)になります。

参考　円周率が 3.14 の場合，
「正方形の内側にぴったり接する円の面積は，正方形の面積の 0.785 倍」であることを覚えておくと便利です。

正方形の面積は(1)で求めた通り 72 cm^2ですから，円の面積は，72×0.785＝ 56.52 (cm^2)のように，簡単に求めることができます。

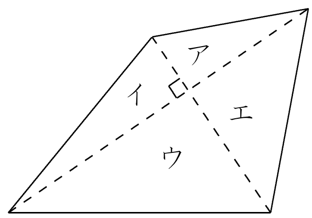
重要問題チェック $\boxed{22}$ (1)

この問題のような，対角線が垂直に交わっている四角形の面積は，ひし形と同じように「対角線×対角線÷２」で求めることができます。

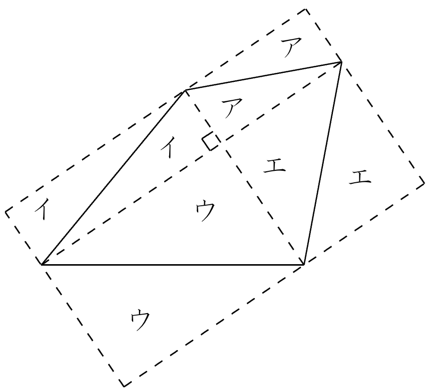
対角線の長さは12cmと７cmですから，この四角形の面積は，12×7÷2＝42(cm²)です。

$\boxed{参考}$ 対角線が垂直に交わっている四角形の面積は，なぜ「対角線×対角線÷２」で求めることができるのでしょう。

右の図のように，ア・イ・ウ・エ４つの部分に分けて，



右の図のようにすると，全体は「アアイイウウエエ」の長方形になります。



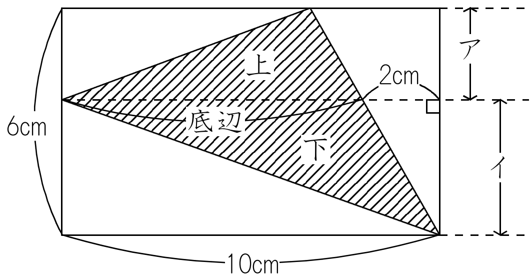
「アイウエ」は長方形の面積の半分になりますが，長方形の「たて」，「横」は，「アイウエ」の四角形の対角線にあたりますから，

「アイウエ」＝長方形の半分
＝たて×横÷２
＝対角線×対角線÷２　　となります。

重要問題チェック $\boxed{22}$ (2)

三角形の「底辺」と「高さ」の決め方が大切です。

このような問題では，しゃ線部分を「上」と「下」の２つの三角形に分けます。



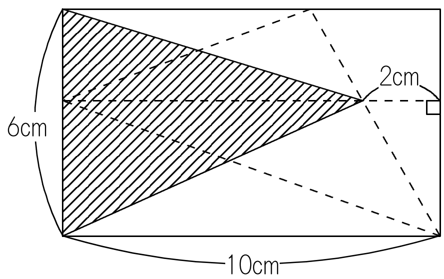
「上」の三角形は，底辺が「底辺」，高さがアの部分になります。

「下」の三角形は，底辺が「底辺」，高さがイの部分になります。

「上」も「下」も，底辺は「底辺」で，高さは「上」がア，「下」がイですから，上下合わせて，ア＋イ＝６cmの部分になります。

よってしゃ線部分の面積は，底辺が 10－2＝８(cm)，高さが６cmですから，面積は，８×６÷２＝24 (cm²)になります。

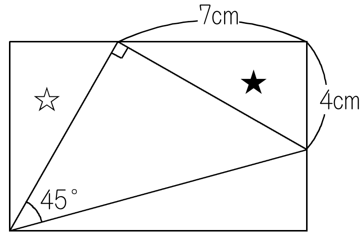
$\boxed{参考}$　「等積変形」して，右の図のしゃ線部分のようにする解き方もあります。



重要問題チェック $\boxed{22}$ (3)

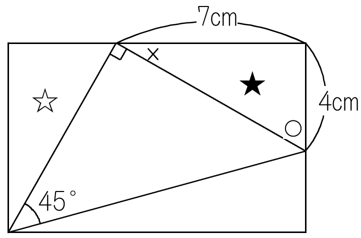
かげをつけた三角形は直角二等辺三角形です。

直角二等辺三角形の面積は，３辺のうちどれか１辺の長さがわかれば求めることができますが，この問題の場合はどの１辺の長さも求めることはできません。



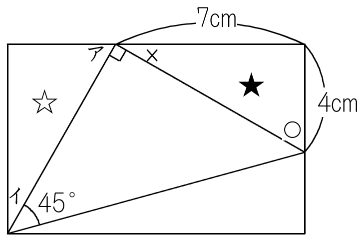
このような問題の場合は，右の図の☆と★の直角三角形が合同であることから，求めることができます。

まず，☆と★がなぜ合同であるかを説明します。



★の直角三角形の，直角以外の角度を右の図のように○と×にします。

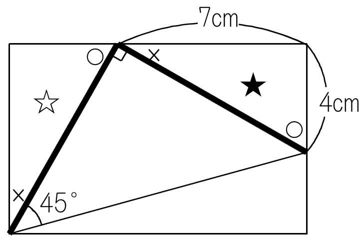
○と×の和は 90 度です。



右の図のアと×の和も 90 度ですから，アは○になります。

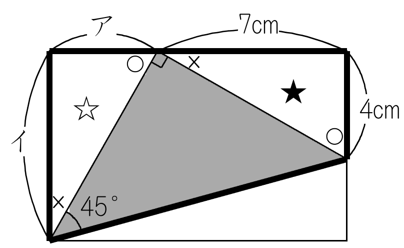
アとイの和は 90 度ですから，アが○だったら，イは×になります。

よって，☆と★の直角三角形は，角度がすべて等しいので同じ形をしています。



しかも，右の図の２本の太線は直角二等辺三角形の２辺ですから同じ長さです。

よって，☆と★の直角三角形は，ななめの辺の長さが等しいので，合同です。



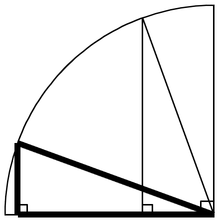
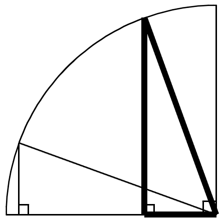
合同なので，右の図のアは４cm，イは７cmです。

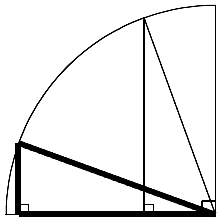
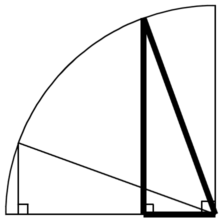
太線の台形の高さは $4+7=11$ (cm)なので，面積は，$(4+7)\times 11\div 2=60.5$ (cm²)です。

☆と★の面積は $7\times 4\div 2=14$ (cm²)ですから，かげをつけた部分の面積は，$60.5-14\times 2=32.5$ (cm²)です。

重要問題チェック $\boxed{22}$ (4)

このような問題では，合同な図形をさがして，「ア☆＝イ☆」を利用して解きます。

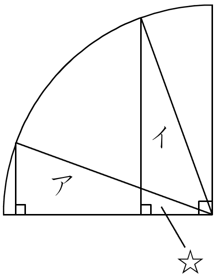
図の中の  と  は合同です。

なぜなら，  は直角以外の１つの角度が 20 度なので，もう１つの角度は 180－(90＋20)＝ 70(度)です。  も，１つの角度が 90－20＝ 70(度)なので，もう１つの角度は 20 度です。

しかも，半径はどれも同じ長さなので，２つの直角三角形のななめの辺は同じ長さになり，合同であることがわかりました。

(次のページへ)

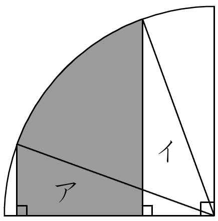
２つの三角形の重なっているところを☆にして，重なっていないところをアとイにすると，



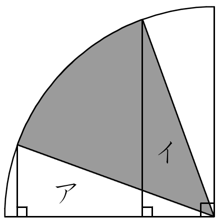
となります。

２つの直角三角形は合同なので，「ア☆＝イ☆」です。よって，「ア＝イ」となります。

かげをつけた部分は



となっていますが，「ア＝イ」なので，アの部分のかげを消して，かわりにイの部分をかげにすると，



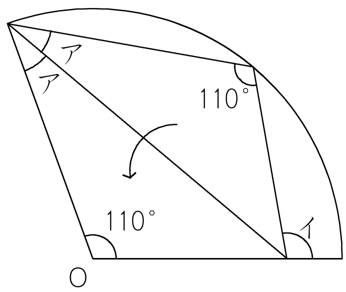
となり，おうぎ形の面積を求めればよいことになりました。

おうぎ形の半径は６cm，中心角は $90-20\times2=50$(度)ですから，おうぎ形の面積は，

$6\times6\times3.14\times\frac{50}{360}=36\times3.14\times\frac{5}{36}=5\times3.14=15.7$(cm²)になります。

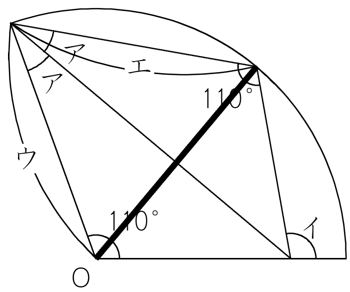
ステップアップ演習 $\boxed{1}$ (1)

図はおうぎ形の紙を１回折り返したようすですから，折り返しを元にもどせば，おうぎ形になります。



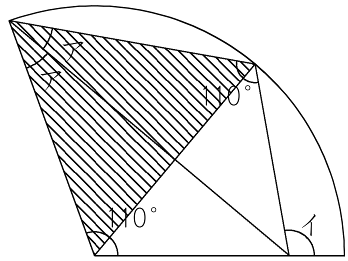
右の図が，元にもどした図です。

このような問題では，「オカラ」，つまりO(おうぎ形の中心)から補助線を引くと，問題を解くことができます。



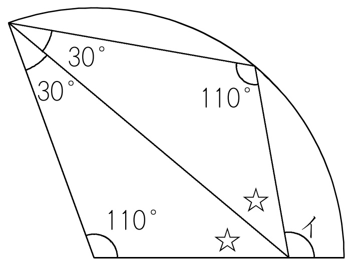
右の図の太線は，おうぎ形の半径です。

ウも半径で，エはウを折り返した辺ですから，やはり半径と同じ長さです。



よって，右の図のしゃ線をつけた三角形は，辺の長さがどれも半径と同じなので，正三角形です。

ア２つぶんが60度なので，アは 60÷2＝30(度)です。

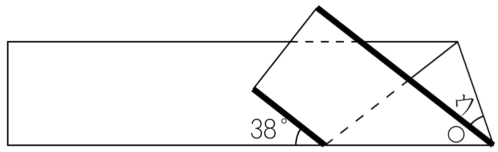


また，右の図の☆の角度は 180－(30＋110)＝40(度)ですから，イの角度は 180－☆×2＝180－40×2＝100(度)です。

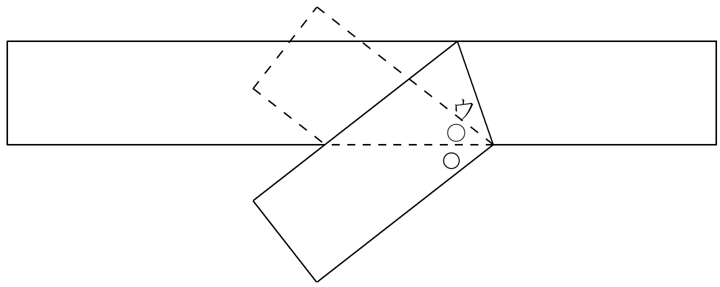
アは 30 度，イは 100 度であることがわかりました。

ステップアップ演習 1 (2)

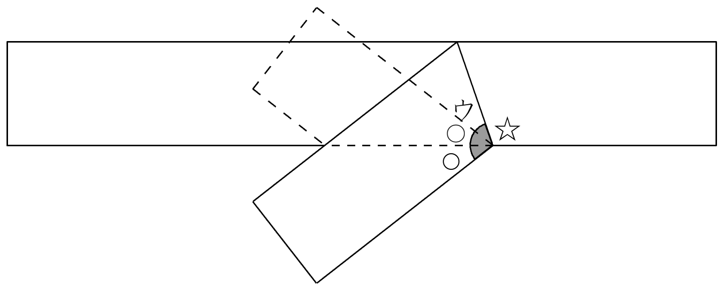
右の図の２本の直線は平行なので，○は 38 度です。



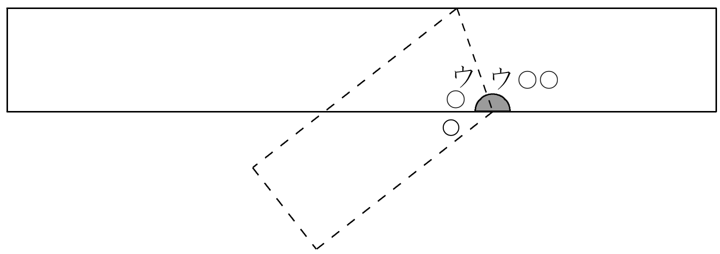
折られているのを元にもどすと，右の図のようになります。



右の図のかげをつけた角度は「ウ○○」で，折られているのを元にもどすと，☆の角度も，「ウ○○」です。



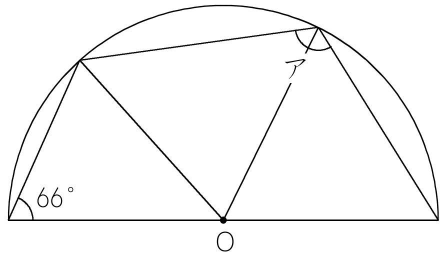
右の図のかげをつけた角度は 180 度ですから，「ウウ○○○」が 180 度です。



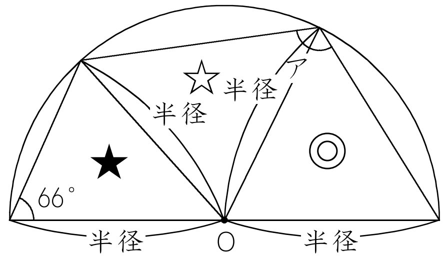
○は 38 度だったので，「ウウ」は，180－38×3＝ 66(度)になりますから，「ウ」は，66÷2＝ 33(度)です。

ステップアップ演習 2 (1)

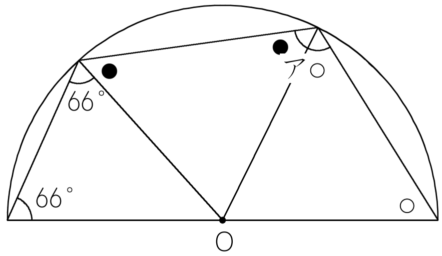
このような問題では，「オカラ」，つまりO(おうぎ形の中心)から補助線を引くと，問題を解くことができます。



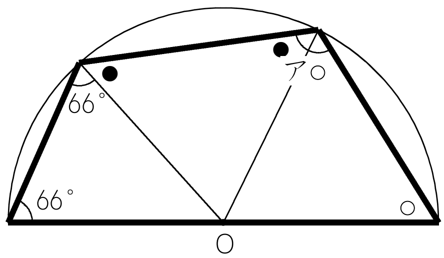
半径はすべて等しいので，右の図の★，☆，◎は，すべて二等辺三角形です。



よって，右の図のように書きこむことができます。



右の図の太線でかこまれた図形は四角形ですから，内角の和は 360 度です。



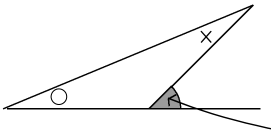
66×2＋●●○○＝ 360　ですから，
●●○○＝ 360－66×2＝ 360－132＝ 228（度）です。

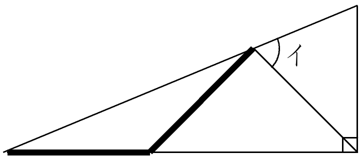
●●○○ が 228 度だったら，●○はその半分なので，
228÷2＝ 114（度）です。

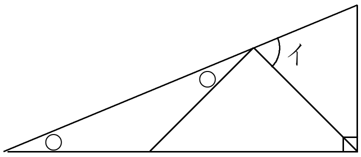
アは●○ですから，答えも 114 度になります。

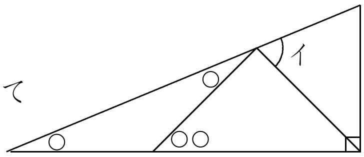
ステップアップ演習 $\boxed{2}$ (2)

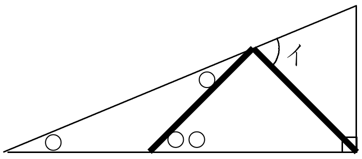
この問題は，「外角の定理」を使いまくる問題です。

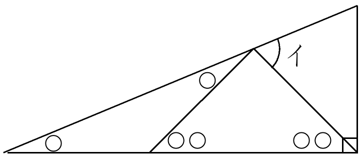

のようになっていたら，ここの角度は「○×」になることを利用します。



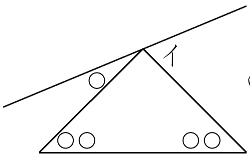
の２本の太線が同じ長さなので二等辺三角形になっていますから，


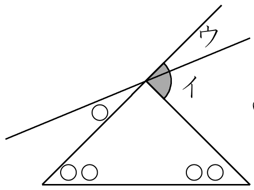
となり，外角の定理によって


となります。


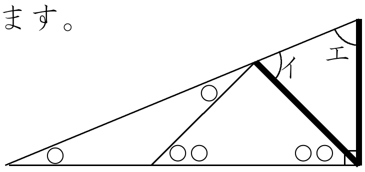
の２本の太線が同じ長さなので二等辺三角形になっていますから，


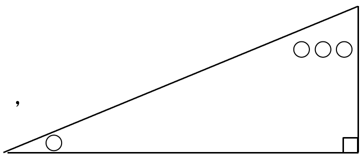
となります。



の部分に外角の定理を利用すると，


の，かげをつけた角度は○○と○○の和ですから○○○○になり，ウは○ですから，イは○○○になります。



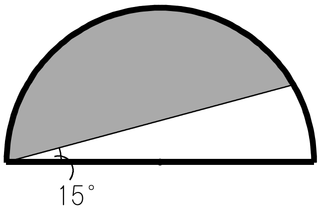
の２本の太線が同じ長さなので二等辺三角形になっていますから，イが○○○ならエも○○○になり，

となるので○４個ぶんが 90 度ですから，○１個は $90\div4=22.5$(度)です。

イは○○○なので，$22.5\times3=$ 67.5(度)です。

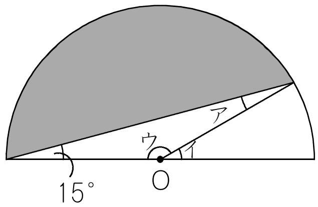
ステップアップ演習 $\boxed{3}$ (1)

色のついた部分は半円ではないことに注意しましょう。

半円なのは，右の図の太線をつけた部分全体です。

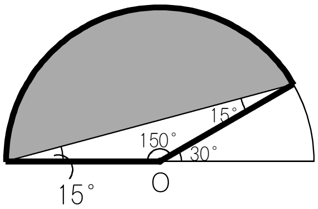


「オカラ」，つまりO(半円の中心)から補助線を引くと，右の図のように(半径が等しいので)二等辺三角形ができ，アは15度です。



外角の定理によって，イは 15＋15＝ 30(度)，ウは，180－30＝ 150(度)です。

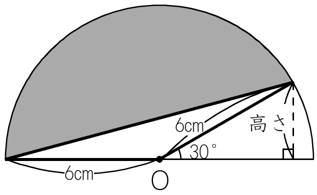
色のついた部分の面積は，右の図の太線をつけたおうぎ形の面積から，白い二等辺三角形の面積を引くことによって求めることができます。

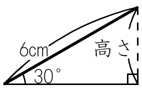


おうぎ形の面積は，半径が 12÷2＝ 6(cm)なので，

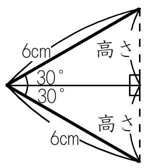
$6\times6\times3.14\times\frac{150}{360}=15\times3.14=47.1$ (cm^2)です。

二等辺三角形の底辺を6cmにすると，高さは右の図の「高さ」の部分です。





を２個用意してくっつけると



となり，

正三角形になりますから，「高さ」は，6÷2＝ 3(cm)です。

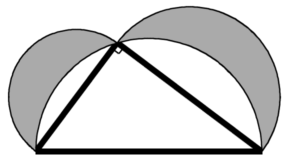
よって二等辺三角形は，底辺が6cmで高さは3cmですから，面積は 6×3÷2＝ 9(cm^2)です。

したがって，色をつけた部分の面積は，47.1－9＝ 38.1 (cm^2)になります。

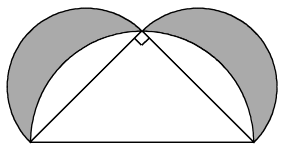
ステップアップ演習 $\boxed{3}$ (2)

「ヒポクラテスの定理」を知っていますか？

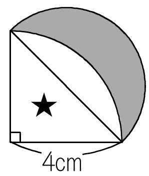
右の図のかげをつけた部分の面積は，太線の直角三角形の面積と等しくなる，という定理です。



直角三角形が直角二等辺三角形になっていてももちろんＯＫです。右の図のかげをつけた部分は，直角二等辺三角形の面積と等しくなります。

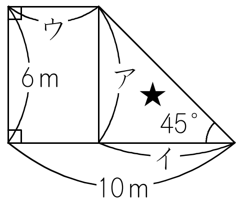


ということは，半分にして，右の図のかげをつけた部分の面積は，★をつけた直角二等辺三角形の面積と等しいことになります。



★をつけた直角二等辺三角形は，4×4÷2＝８(cm²)ですから，色をつけた部分の面積も，８cm²です。

ステップアップ演習 $\boxed{4}$



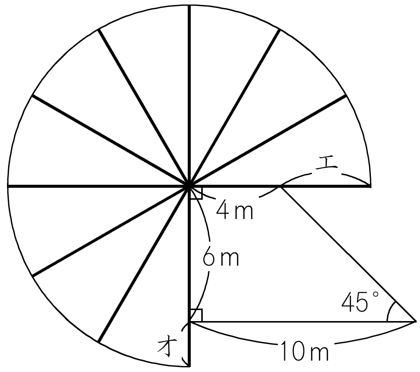
「45 度」といえば，直角二等辺三角形ですね。

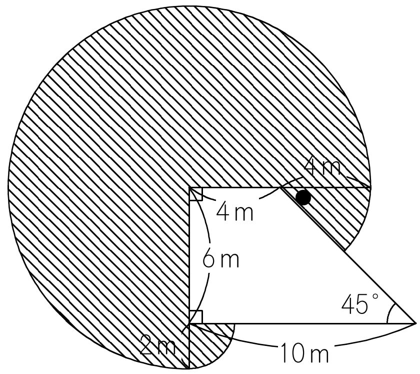
右の図の★をつけた三角形は，直角二等辺三角形です。

アは６ｍですからイも６ｍ，よってウは，10－6＝４(ｍ)です。

８ｍのロープは右の図のように４分の３円をえがきます。

エは 8－4＝４(ｍ)，オは 8－6＝２(ｍ)です。





右の図の●のところの角度は(ゼット形ですから)
45 度なので，八分円です。

半径２ｍのおうぎ形は，四分円です。

よって，犬から動ける範囲の面積は，

$8\times8\times3.14\times\frac{3}{4}+4\times4\times3.14\times\frac{1}{8}+2\times2\times3.14\times\frac{1}{4}$

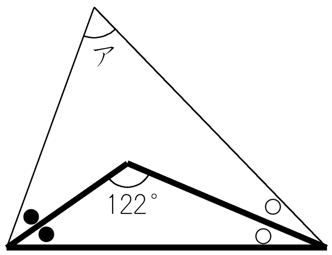
$=48\times3.14+2\times3.14+1\times3.14$

$=(48+2+1)\times3.14$

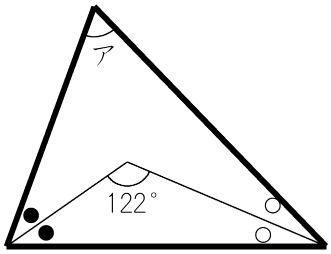
$=51\times3.14$

$=160.14$ (m^2)です。

ステップアップ演習 5



右の図の太線の三角形に注目すると，●○は，
180－122＝58(度)になります。



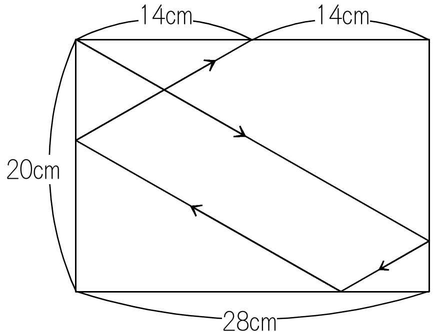
次に，右の図の太線の三角形に注目すると，
アは，180－●●○○ で求められます。

●○は 58 度ですから，●●○○は，58×2＝116(度)です。

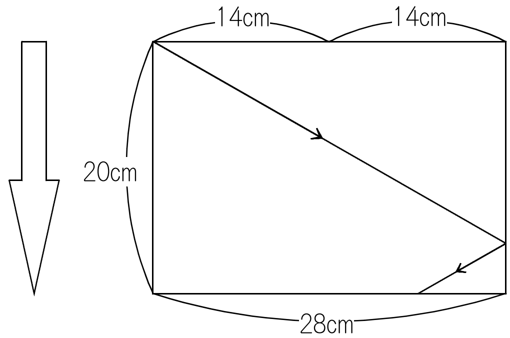
よってアは，180－●●○○＝180－116＝64(度)です。

ステップアップ演習 $\boxed{6}$ (1)

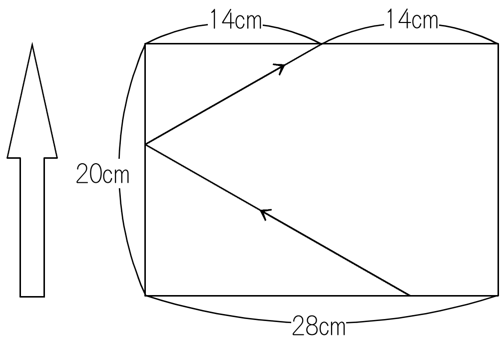
スタートからゴールまでに，小球は「たてに何cm進んだか」,「横に何cm進んだか」を求めてみましょう。



右の図までに，たてに 20 cm進み，

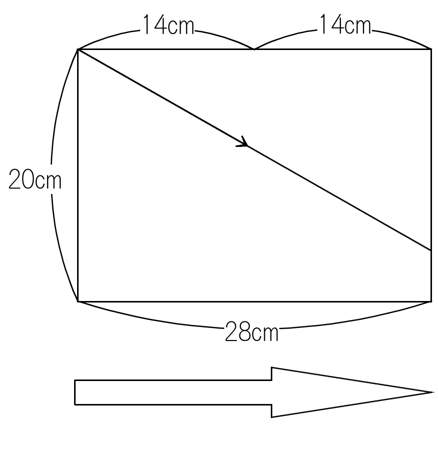


右の図までに，さらにたてに 20 cm進みました。



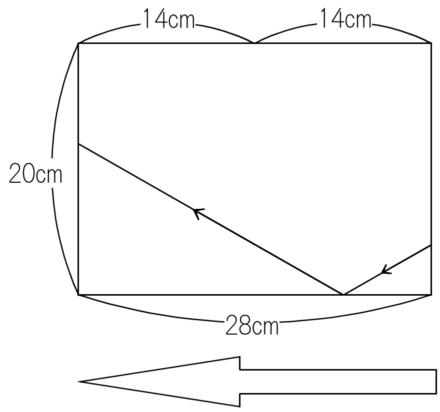
合計で，たてに 20×2＝ 40 (cm)進みました。

また，右の図までに，横に 28 cm進み，

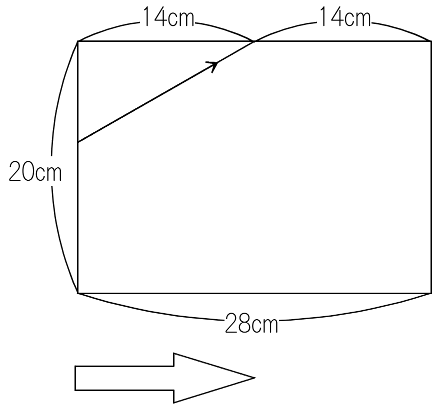


(次のページへ)

右の図までに，さらに横に28cm進み，



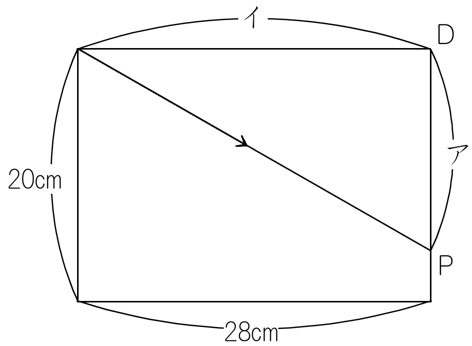
右の図までに，さらに横に14cm進みました。



合計で，横に 28×2＋14＝ 70(cm)進みました。

小球は，たてに40cm進み，横に70cm進んだのですから，「たて」と「横」に進んだ長さの比は，40：70＝４：７です。

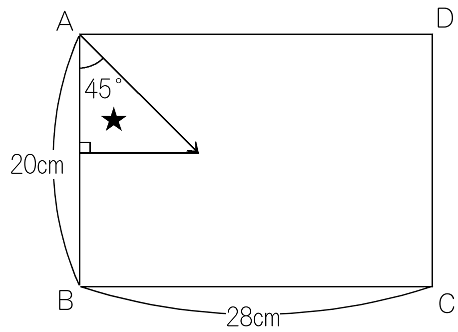
スタートしてから右の図の状態になるまでに，小球が進んだ「たて」と「横」の長さの比も，やはり４：７です。



ア：イが４：７で，イは28cmですから，アの長さは，28÷7×4＝ 16(cm)です。

ＤＰの長さは16cmであることがわかりました。

ステップアップ演習 $\boxed{6}$ (2)



小球を 45 度の方向に発射したのですから，右の図の★のように，直角二等辺三角形ができます。

よって，小球が「たて」に進んだ長さと，「横」に小球進んだ長さの比は，いつも 1：1，つまり同じ長さになります。

たては 20 cmの倍数のときにＡＤまたはＢＣに到達し，よって横は 28 cmの倍数のときにＡＢまたはＣＤに到達するのですから，「たて」と「横」の長さが同じ長さになるためには，20の倍数でも28の倍数でもある，「20 と 28 の公倍数」のときに，どこかの頂点に到達することになります。

最小公倍数は 140 ですから，「たて」も「横」も 140 cm進んだときに，はじめてどこかの頂点に到達します。

「たて」は 20 cmですから，たてに 140÷20＝ 7(辺)ぶん進んだときに，頂点に到達します。7 辺ぶん進むまでに，7－1＝ 6(回)はね返ります。
また，奇数辺ぶん進んだときはＢＣに，偶数辺ぶん進んだときはＡＤに到達しますから，7 辺ぶん，つまり奇数辺ぶん進んだ今は，ＢＣに到達しています。

「横」は 28 cmですから，横に 140÷28＝ 5(辺)ぶん進んだときに，頂点に到達します。5 辺ぶん進むまでに，5－1＝ 4(回はね返ります。
また，奇数辺ぶん進んだときはＤＣに，偶数辺ぶん進んだときはＡＢに到達しますから，5 辺ぶん，つまり奇数辺ぶん進んだ今は，ＤＣに到達しています。

「たて」では 6 回はね返り，「横」では 4 回はね返ったのですから，はね返った回数は，6＋4＝ 10(回)です。

また，「たて」ではＢＣに到達していることがわかり，「横」ではＤＣに到達しているのですから，小球はＢＣでもＤＣでもある，点Ｃに到達したことになります。