

シリーズ6年上第2回・くわしい解説

目 次		
重要問題チェック	1	…p.2
重要問題チェック	2	…p.3
重要問題チェック	3	…p.4
重要問題チェック	4	…p.5
重要問題チェック	5	…p.6
重要問題チェック	6	…p.7
重要問題チェック	7	…p.8
重要問題チェック	8	…p.9
重要問題チェック	9	…p.10
重要問題チェック	10	…p.11
重要問題チェック	11	…p.12
重要問題チェック	12	…p.13
重要問題チェック	13	…p.14
重要問題チェック	14	…p.15
重要問題チェック	15	…p.16
重要問題チェック	16	…p.17
重要問題チェック	17	…p.18
重要問題チェック	18	…p.19
重要問題チェック	19	…p.21
重要問題チェック	20	…p.22
重要問題チェック	21	…p.23
重要問題チェック	22	…p.24
重要問題チェック	23	…p.25
重要問題チェック	24	…p.26
重要問題チェック	25	…p.27
ステップアップ演習	1	…p.28
ステップアップ演習	2	…p.29
ステップアップ演習	3	…p.30
ステップアップ演習	4	…p.32
ステップアップ演習	5	…p.33
ステップアップ演習	6	…p.34

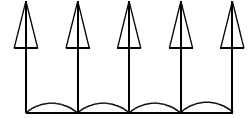
すぐる学習会

<https://www.suguru.jp>

重要問題チェック 1

- (1) たとえば木が5本あったら，木と木の間の数は4個です。

間の数＝木の本数－1

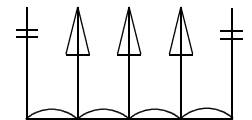
 ということですね。


この問題では木が15本あるので，間の数は14個です。

14個の間隔で420 mですから，1個の間隔は， $420 \div 14 = 30$ (m)です。

- (2) たとえば木が3本あったら，木と木の間の数は4個です。

間の数＝木の本数＋1

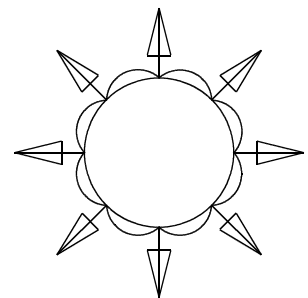
 ということですね。


この問題では木が18本あるので，間の数は19個です。

1個の間隔は20 mですから，19個の間隔では， $20 \times 19 = 380$ (m)です。

- (3) たとえば池のまわりに木が8本あったら，木と木の間の数も8個です。

間の数＝木の本数

 ということですね。


この問題では，まわりの長さが270 mで，6 mの間隔で木が立っているのですから，間の数は $270 \div 6 = 45$ (個)です。

よって木の本数も，**45** 本です。

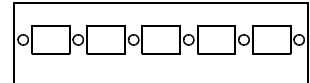
重要問題チェック 2

横幅が60 cmの絵が11枚で、 $60 \times 11 = 660$ (cm)です。

ろう下の長さは、 $12 \text{ m} = 1200 \text{ cm}$ です。

よって絵以外の間の長さの合計は、 $1200 - 660 = 540$ (cm)です。

右の図のように、もし絵が5枚あったら、間の個数は6個です。



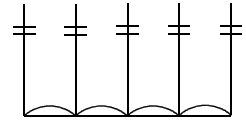
絵の数 + 1 = 間の数 ですね。

この問題では、絵の数は11枚ですから、間の数は12個です。

12個の間の長さの合計が540 cmですから、1個の絵と絵の間隔は、 $540 \div 12 = 45$ (cm)です。

重要問題チェック 3

- (1) たとえば電柱が5本あったら，電柱と電柱の間の数は4個です。



間の数＝電柱の本数－1

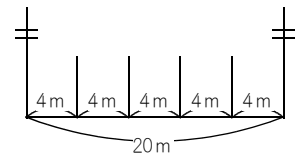
 ということですね。

この問題では電柱が35本あるので，間の数は34個です。

1個の間は20 mですから，34個の間隔は， $20 \times 34 = 680$ (m)です。

- (2) 1個の電柱と電柱の間に，くいを何本立てることができるかを考えましょう。

1個の間隔は20 mですから，そこに4 mおきにくいを立てると右の図のようになり， $20 \div 4 - 1 = 4$ (本)のくいを立てることができます。



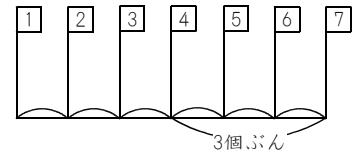
全部で34個の間隔があることが(1)でわかっていて，1個の間隔に4本のくいを立てることができるのですから，くいの本数は $4 \times 34 = 136$ (本)です。

別解 くいと電柱を区別しないことにすると，(1)で求めた680 mの道に，4 mおきにはしからはしまで立てることになるので， $680 \div 4 + 1 = 171$ (本)のくいと電柱を立てることになります。

電柱は35本立っていることが問題に書いてあるので，くいの本数は， $171 - 35 = 136$ (本)です。

重要問題チェック 4

- (1) たとえば、4番の旗と7番の旗では、
 $7-4=3$ (個)ぶんの間隔があります。



ここで、 $7-4+1$ としたり、 $7-4-1$ としたりしないで、 $7-4$ でOKなことに注意しましょう。

同じようにして、13番の箱と30番の旗の場合も、 $30-13=17$ (個)ぶんの間隔になります。

2 mおきに旗が立っているのですから、17個ぶんだと、 $2 \times 17 = 34$ (m)になります。

- (2) 1本目の旗は15番の旗です。「1」本目と「15」番との差は、 $5-1=4$ です。
 2本目の旗は16番の旗です。「2」本目と「16」番との差は、 $16-2=14$ です。
 3本目の旗は17番の旗です。「3」本目と「17」番との差は、 $17-3=14$ です。

このようにして、□本目と△番の旗には、「 $\triangle - \square = 14$ 」という関係があります。

25本目の旗が△番の旗だとすると、 $\triangle - 25 = 14$ となりますから、 $\triangle = 14 + 25 = 39$ となり、25本目の旗は39番の旗であることがわかりました。

- (3) 2 mおきに旗が立っていますから、30 m離れた旗は、 $30 \div 2 = 15$ (番)だけ番号を増やした旗になるので、 $7 + 15 = 22$ (番)になります。

重要問題チェック

5

(1) 「2, 1, 3, 2」の4個で1セットです。

50個目までには、 $50 \div 4 = 12$ あまり 2 ですから、12セットと、あと2個あります。

あと2個というのは「2」と「1」ですから、50番目の数字は **1** です。

(2) (1)で、50個目までには「2, 1, 3, 2」のセットが12セットと、あと2と1の2個が
あまっていることがわかりました。

1セットあたりの合計は、 $2+1+3+2=8$ です。

よって12セットの合計は、 $8 \times 12 = 96$ です。

あと、2と1があるのですから、50個目までの合計は、 $96+2+1=99$ です。

重要問題チェック 6

まず、5月5日から7月2日まで何日間あるかを求めます。

5月5日から5月31日までは、 $31 - 5 + 1 = 27$ (日間)です。

注意 たとえば、5月5日から5月7日までなら、5月5日、6日、7日の3日間です。
 $7 - 5 = 2$ (日間)ではなく、 $7 - 5 + 1 = 3$ (日間)という計算になることに注意しましょう。

6月は、1日から30日までの30日間です。

7月は、1日から2日までの2日間です。

全部で、 $27 + 30 + 2 = 59$ (日間)です。

1週間は、(この問題の場合)5月5日の金曜日から始まるので、「金土日月火水木」の7日間で1週間です。

$59 \div 7 = 8$ あまり 3 ですから、5月5日から7月2日までは、8週間と、あと3日あります。

よって、「金土日月火水木」が8セットと、あと「金土日」の3日です。

したがって、7月2日は 日曜日であることがわかりました。

別解 「3月3日」と「5月5日」と「7月7日」が同じ曜日であることをおぼえておきましょう。

この問題では、5月5日が金曜日ですから、7月7日も金曜日です。

そこからもどって行って、6日(木)、5日(水)、4日(火)、3日(月)、2日(日)ですから、7月2日は 日曜日であることがわかります。

,

重要問題チェック 7

まず，10月18日からこの年の8月5日まで何日間あるかを求めます。

前にもどっていくのは考えにくいので，8月5日から進んでいって10月18日まで何日間あるかを求めます。もどるのも進むのも，同じ日数です。

8月5日から8月31日までは， $31 - 5 + 1 = 27$ (日間)です。

注意 たとえば，5月5日から5月7日までなら，5月5日，6日，7日の3日間です。
 $7 - 5 = 2$ (日間)ではなく， $7 - 5 + 1 = 3$ (日間)という計算になることに注意しましょう。

9月は，1日から30日までの30日間です。

10月は，1日から18日までの18日間です。

全部で， $27 + 30 + 18 = 75$ (日間)です。

1週間は，(この問題の場合)10月18日の水曜日から始まって，もどっていくので，「水火月日土金木」の7日間で1週間です。

$75 \div 7 = 10$ あまり 5 ですから，10月18日から8月5日までは，10週間と，あと5日あります。

よって，「水火月日土金木」が10セットと，あと「水火月日土」の5日です。

したがって，8月5日は**土**曜日であることがわかりました。

別解 「4月4日」と「6月6日」と「8月8日」と「10月10日」と「12月12日」は同じ曜日であることをおぼえておきましょう。

この問題では，10月18日が水曜日ですから，1週間前の10月11日も水曜日です。
よって10月10日は火曜日です。

8月8日も火曜日になり，7日(月)，6日(日)，5日(土)ですから，8月5日は**土**曜日になります。

重要問題チェック 8

3 だけだったら，一の位はもちろん 3 です。当たり前ですが，このことを忘れやすいです。

3 を 2 個かけ合わせると， $3 \times 3 \rightarrow 9$ ですから，一の位は 9 です。

3 を 3 個かけ合わせると， $\underbrace{3 \times 3 \times 3}_{\text{ここは 9}} \rightarrow 27$ ですから，一の位は 7 です。

3 を 4 個かけ合わせると， $\underbrace{3 \times 3 \times 3 \times 3}_{\text{ここは 7}} \rightarrow 81$ ですから，一の位は 1 です。

3 を 5 個かけ合わせると， $\underbrace{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}_{\text{ここは 1}} \rightarrow 243$ ですから，一の位は 3 です。

このようにして，一の位だけを書いていくと，3, 9, 7, 1, 3, 9, 7, 1, 3, 9, … となります。

「3, 9, 7, 1」の 4 個が 1 セットです。

30 個目までに， $30 \div 4 = 7$ あまり 2 ですから，「3, 9, 7, 1」が 7 セットと，あと 2 個あまります。

あまった 2 個というのは，「3, 9」ですから，答えは **9** になります。

重要問題チェック 9

(1) 等差数列のN番目を求める公式は $\boxed{\text{はじめの数} + \text{ふえる数} \times (N - 1)}$ です。

この等差数列の場合，はじめの数は2で，ふえる数は3です。

Nは何番目の数かを表しているのです，この問題の場合は15です。

よって15番目の数は， $2 + 3 \times (15 - 1) = 2 + 3 \times 14 = 2 + 42 = 44$ です。

(2) 等差数列のN番目を求める公式は $\boxed{\text{はじめの数} + \text{ふえる数} \times (N - 1)}$ です。

この等差数列の場合，はじめの数は2で，ふえる数は3です。

Nは何番目の数かを表しているのです，NをNのままにして，イコール80にすれば，80が何番目の数かがわかります。

$$2 + 3 \times (N - 1) = 80 \quad 80 - 2 = 78 \quad 78 \div 3 = 26 \quad 26 + 1 = 27$$

よって，80は27番目の数です。

したがって，この等差数列には1番目から27番目までの数が並んでいるので，全部で27個の数が並んでいることになります。

(3) 等差数列のN番目までの和は， $\boxed{(\text{はじめ} + \text{おわり}) \times N \div 2}$ で求めることができます。

はじめの数は2，おわりの数は80，Nは(2)で求めた通り27ですから， $(2 + 80) \times 27 \div 2 = 82 \times 27 \div 2 = 1107$ です。

重要問題チェック 10

等差数列のN番目を求める公式は $\boxed{\text{はじめの数} + \text{ふえる数} \times (N - 1)}$ です。

ただしこの公式は、増える等差数列の場合です。

減る等差数列の場合は、 $\boxed{\text{はじめの数} - \text{へる数} \times (N - 1)}$ です。

はじめの数は78，へる数は4です。

Nは何番目の数かを表しているので，この問題の場合は15です。

よって15番目の数は， $78 - 4 \times (15 - 1) = 78 - 4 \times 14 = 78 - 56 = 22$ です。

重要問題チェック 11

(1) 1個の奇数のみなら、1です。1個の場合、 $1 \times 1 = 1$ になっています。

2個の奇数をたし合わせると、 $1 + 3 = 4$ です。2個の場合、 $2 \times 2 = 4$ になっています。

3個の奇数をたし合わせると、 $1 + 3 + 5 = 9$ です。3個の場合、 $3 \times 3 = 9$ になっています。

4個の奇数をたし合わせると、 $1 + 3 + 5 + 7 = 16$ です。4個の場合、 $4 \times 4 = 16$ になっています。

このようにして、 $\square$ 個の場合、 $\square \times \square$ という平方数になっています。

(1)は12個の場合ですから、 $12 \times 12 = 144$ になります。

(2) (1)と同じように、1から順に $\square$ 個をたし合わせると、 $\square \times \square$ になります。

(2)では、たし合わせた数が900なので、 $\square \times \square = 900$ です。

$30 \times 30 = 900$ ですから、30個の数をたし合わせたことになります。

ところで、たとえば3個の奇数をたし合わせる場合は、 $1 + 3 + 5 = 9$ で、はじめの数である1と、最後の数である5の平均は、 $(1 + 5) \div 2 = 3$ になっていて、3個という個数と一致します。

また、4個の奇数をたし合わせる場合は、 $1 + 3 + 5 + 7 = 16$ で、はじめの数である1と、最後の数である7の平均は、 $(1 + 7) \div 2 = 4$ になっていて、4個という個数と一致します。

同じようにして、(2)では30個の奇数をたし合わせたのですから、はじめの数である1と、最後の数との平均が、30になればよいです。

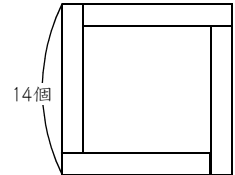
$(1 + \text{最後の数}) \div 2 = 30$ ですから、最後の数 $30 \times 2 - 1 = 59$ です。

重要問題チェック 12

(1) 1 辺に 14 個あるのですから，全部で，1 辺 $\times$ 1 辺 $= 14 \times 14 = 196$ (個)です。

(2) 右の図の棒 1 本ぶんには， $14 - 1 = 13$ (個)あります。

棒が 4 本でまわりの個数になりますから，まわりの個数は， $13 \times 4 = 52$ (個)になります。



注意 $14 \times 4 = 56$ (個)とすると，4 すみのご石をダブってカウントしてしまっているのがダメです。ただし， $56 - 4 = 52$ (個)とすれば，正解です。

重要問題チェック 13

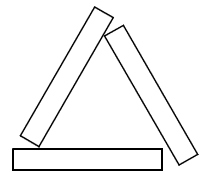
- (1) 一番上の段には1個，次の段には2個，その次の段には3個，……，一番下の段には15個ありますから， $1+2+3+\cdots+15$ の計算をすればよいことになります。

等差数列の和の公式である， $(\text{はじめ} + \text{おわり}) \times N \div 2$ を利用して求めます。

はじめの数は1，おわりの数は15，Nは個数ですから15個です。

よって， $(1+15) \times 15 \div 2 = 16 \times 15 \div 2 = 120$ です。

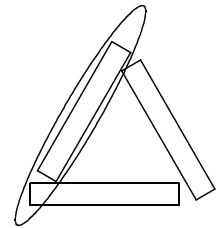
- (2) 右のような図を書きます。



右の図のだ円でかこまれた部分が1辺ですから，15個です。

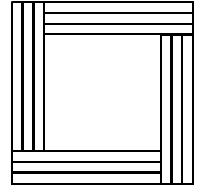
棒1本ぶんは， $15 - 1 = 14$ (個)です。

まわりには棒が3本ありますから，まわりの個数は， $14 \times 3 = 42$ (個)です。



重要問題チェック 14

3列の中空方阵の場合は，右のような図を書きます。

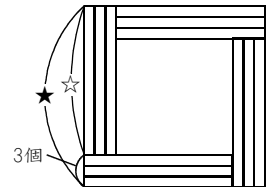


全部で120個のご石があるのですから，が4セットで120個です。



は， $120 \div 4 = 30$ (個)になり，は， $30 \div 3 = 10$ (個)です。

右の図の☆が10個ですから，外側の1辺である★は， $10 + 3 = 13$ (個)です。



重要問題チェック 15

ご石を正方形の形に  のように並べたところ、6個あまりました。

そこで、たてと横を1列ずつ増やして  のように並べようとしたら、今度は19個たりなくなりました。

「6個あまり」と「19個不足」は、 $6+19=25$ (個)ちがいです。

よって、 のしゃ線をつけた部分の個数が25個です。

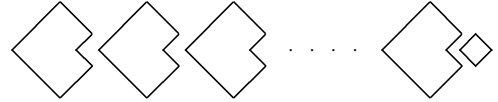
 が25個ですから、かどの部分の1個を取りのぞいて、 は24個です。

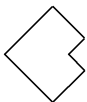
よって  は $24 \div 2 = 12$ (個)になり、はじめの正方形  の1辺も12個です。

はじめの正方形  の個数は、1辺 $\times$ 1辺 $=12 \times 12 = 144$ (個)ですが、このときご石は6個あまっていたのですから、ご石の個数は $144+6=150$ (個)です。

重要問題チェック 16

(1) 右の図のように分けて考えましょう。

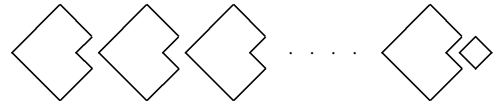


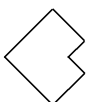
1 枚の  の面積は、 $3 \times 3 - 1 \times 1 = 8 \text{ (cm}^2\text{)}$ です。

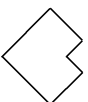
全部で7枚あるので、 $8 \times 7 = 56 \text{ (cm}^2\text{)}$ です。

最後に  があるので、答えは $56 + 1 \times 1 = 57 \text{ (cm}^2\text{)}$ です。

(2) (1)と同様に、右の図のように分けて考えましょう。



1 枚の  の面積は、 $3 \times 3 - 1 \times 1 = 8 \text{ (cm}^2\text{)}$ です。

 が何枚かと、最後に  が $1 \times 1 = 1 \text{ (cm}^2\text{)}$ ぶんあるので、 $8 \times \square + 1 = 145$ です。

$$145 - 1 = 144$$

$144 \div 8 = 18$ ですから、紙を全部で **18** 枚使いました。

重要問題チェック

17

分数を小数に直すときは、「分子÷分母」の計算をします。

$14 \div 37 = 0.37837837 \dots$ となりますから、「378」の3個で1セットです。

小数点以下，小数第20位までには数字は20個あります。

$20 \div 3 = 6$ あまり 2 ですから，「378」が6セットと，あと「3」と「7」の2個があります。

よって，小数第20位の数字は7です。

重要問題チェック 18

- (1) それぞれの組の、左から2番目の数を書いていくと、3, 5, 7, 9, …となっています。

はじめが3で、2ずつ増える等差数列になっています。

等差数列のN番目を求める公式は $\boxed{\text{はじめの数} + \text{ふえる数} \times (N - 1)}$ です。

12組目の場合は、Nが12なので、 $3 + 2 \times (12 - 1) = 3 + 2 \times 11 = 3 + 22 = 25$ です。

- (2) たとえば「7」は、1回目は1組の左から4番目に、2回目は2組の左から3番目に現れます。

「9」なら、1回目は2組の左から4番目に、2回目は3組の左から3番目に現れます。

このようにして、2回目に現れるのは、左から3番目になります。

よって「45」の場合も、2回目に現れるのは、何組かの、左から3番目に現れます。

左から3番目の数を1組から書いていくと、5, 7, 9, 11, ……となっています。

はじめが5で、2ずつ増える等差数列になっています。

等差数列のN番目を求める公式は $\boxed{\text{はじめの数} + \text{ふえる数} \times (N - 1)}$ です。

$$5 + 2 \times (N - 1) = 45 \quad 45 - 5 = 40 \quad 40 \div 2 = 20 \quad 20 + 1 = 21$$

よって、2回目に現れる45は、21組の左から3番目です。

20組までには数は4個ずつあるので、 $4 \times 20 = 80$ (個)あり、あと3個で21組目の左から3番目になるので、答えは $80 + 3 = 83$ (番目)です。

(次のページへ)

(3) 21組の左から3番目の数である45までの和を求める問題です。

1組から20組までは、ちゃんと4個ずつ数があります。

1組の4個の数の和は、 $1+3+5+7=16$ です。

2組の4個の数の和は、 $3+5+7+9=24$ です。

3組の4個の数の和は、 $5+7+9+11=32$ です。

このように、それぞれの組の数の和を求めると、1組から順に、16, 24, 32, ……
のような、16から始まって8ずつ増える等差数列になっています。

等差数列のN番目を求める公式は はじめの数+ふえる数 $\times(N-1)$ です。

よって20組目の数の和は、 $16+8\times(20-1)=16+8\times19=16+152=168$ です。

1組目から20組目までのすべての数の和は、
(はじめ+おわり) $\times N \div 2 = (16+168)\times 20 \div 2 = 1840$ です。

他に、21組目の左から3番目までの和を求めれば、答えになります。

21組目の左から3番目は45でした。ここから前にもどって行って、左から2番目は43、一番左は41ですから、答えは、 $1840+45+43+41=1969$ です。

重要問題チェック 19

(1) 分母によってグループ分けしましょう。

分母が2の分数は1個です。

分母が3の分数は2個です。

分母が4の分数は3個です。

このように考えていくと、分母が11の分数は10個あることになり、分母が2の分数から全部数えると、 $1+2+3+\cdots+10=55$ (個)あります。

分母が12の分数は、 $\frac{4}{12}$ までの4個のみです。

よって $\frac{4}{12}$ は、 $55+4=59$ (番目)になります。

(2) 分母によってグループ分けしましょう。

和を分数ではなく、小数にした方が分かりやすいです。

分母が2の分数は1個しかなくて、 $\frac{1}{2}$ です。小数にすると、0.5です。

ここで、分数は1個、小数にすると0.5で、1の半分が0.5になっていることに注意。

分母が3の分数は2個で、その和は $\frac{1}{3} + \frac{2}{3} = 1$ です。

ここで、分数は2個、和は1で、2の半分が1になっていることに注意。

分母が4の分数は3個で、その和は $\frac{1}{4} + \frac{2}{4} + \frac{3}{4} = 1.5$ です。

ここで、分数は3個、和は1.5で、3の半分が1.5になっていることに注意。

このように考えていくと、分母が11の分数は10個ありますが、その和も10の半分の5になります。

したがって、分母が2の分数から分母が11の分数までは全部で55個ありますが、その和も55の半分の、 $55 \div 2 = 27.5$ になります。

その他に、分母が12である分数の和が、 $\frac{1}{12} + \frac{2}{12} + \frac{3}{12} + \frac{4}{12} = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$ です。

よってすべての和は、 $27.5 + \frac{5}{6} = 27\frac{1}{2} + \frac{5}{6} = 28\frac{1}{3}$ です。

重要問題チェック 20

すぐるでは「サンプルno5」と名付けている問題です。

5番目の数である11は、はじめの数である1に、1と2と3と4を
加えた数です。

$$\begin{array}{ccccccc} 1, & 2, & 4, & 7, & 11 \\ & \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow \\ & +1 & +2 & +3 & +4 \end{array}$$

式にすると、 $1+(1+2+3+4)$ です。

ここで注意するのは、5番目の数なのに、カッコの中は1から4までの和になっている
ところです。

もし6番目の数だったら、 $1+(1+2+3+4+5)$ となります。

この問題では20番目の数を求めるのですから、 $1+(1+2+3+\cdots+19)$ になります。

1から19までの和は、 $(\text{はじめ}+\text{おわり})\times N\div 2=(1+19)\times 19\div 2=190$ ですから、
 $1+(1+2+3+\cdots+19)=1+190=191$ です。

重要問題チェック 21

4の倍数ごとに段にして求めます。

1, 2, 3, (4),
5, 6, 7, (8),
9, 10, 11, (12),
.....

4の倍数は数列の中にはないので、カッコをつけておきます。

1段に3個ずつ数がありますから、26番目の数は、 $26 \div 3 = 8$ あまり 2 により、8段と、あと2個です。

よって26番目の数は、(8段目ではなく、その次の)9段目の、左から2番目の数です。

左から2番目の数を1段目から書いていくと、2, 6, 10, ... となっています。

この数列は等差数列になっていますから、9番目の数は、
はじめ+ふえる数 $\times(N-1) = 2 + 4 \times (9-1) = 2 + 4 \times 8 = 2 + 32 = 34$ になります。

重要問題チェック 22

3と5の最小公倍数は15なので、15の倍数ごとに段にして求めます。

15の倍数は数列の中にはないので、カッコをつけておきます。

1, 2, 4, 7, 8, 11, 13, 14, (15),
16, 17, 19, 22, 23, 26, 28, 29, (30),
31, 32, 34, 37, 38, 41, 43, 44, (45),
.....

(1) $116 \div 15 = 7$ あまり 11 ですから、7段と、あと11があまっています。

11があまっているというのは、11個があまっているのではなくて、6個があまっているという意味です。

①, ②, ④, ⑦, ⑧, ⑪, 13, 14, (15),
16, 17, 19, 22, 23, 26, 28, 29, (30),
31, 32, 34, 37, 38, 41, 43, 44, (45),
.....

1段に数は8個ずつあって、全部で7段あり、あと6個があまっているので、 $8 \times 7 + 6 = 62$ (個)があることになるので、116は62番目の数です。

(2) 左から93個目の数を求める問題です。

1段に8個ずつありますから、 $93 \div 8 = 11$ あまり 5 により、11段あって、あと5個の数があまっています。

5個目は8です。

①, ②, ④, ⑦, ⑧, 11, 13, 14, (15),
16, 17, 19, 22, 23, 26, 28, 29, (30),
31, 32, 34, 37, 38, 41, 43, 44, (45),
.....

また、11段目の最後のカッコは、 $15 \times 11 = 165$ です。

よって93番目の数は、 $165 + 8 = 173$ です。

重要問題チェック 23

- (1) 1行目には, 1, 4, 9, 16, … という, 「平方数」が並んでいます。
たとえば1行目の4列目は16ですが, これは $4 \times 4 = 16$ になっています。

同じように考えて, 1行目の7列目は, $7 \times 7 = 49$ です。

- (2) たとえば, 1行目の4列目の数は, $4 \times 4 = 16$ です。

では, 16の次の数である17はどこにあるでしょう。

17は, 5行目の1列目にあります。

逆にいえば, 5行目の1列目の数の前の数は, 1行目の4列目にあります。

同じように考えると, たとえば100行目の1列目の数の前の数は, 1行目の99列目にあります。

(2)は, 9行目の4列目の数を求める問題でした。

9行目の4列目の前の数は9行目の3列目, その前は9行目の2列目, その前は9行目の1列目です。

9行目の1列目の前の数は, 1行目の8列目の数です。

1行目の数は「平方数」になっています。

1行目の8列目は, $8 \times 8 = 64$ です。

よって65は, 9行目の1列目です。

9行目の2列目は66, 9行目の3列目は67, 9行目の4列目は68になります。

- (3) 98に近い平方数を考えましょう。

$10 \times 10 = 100$ が, 98に近い平方数です。

100は, 1行目の10列目にあります。

99は2行目の10列目, 98は3行目の10列目にあります。

重要問題チェック 24

- (1) 1列目には, 1, 3, 6, 10, … という, 「三角数」が並んでいます。

たとえば4行目の1列目の数である10は, $1+2+3+4=10$ のように, 1から4までの整数の和になっています。

同じように考えると, 6行目の1列目の数は, $1+2+3+4+5+6=21$ です。

- (2) たとえば, 12は2行目の4列目の数です。

12の次の数である13は, 3行目の3列目の数であり, 行は1つプラスになり, 列は1つマイナスになっています。

13の次の数である14は, 4行目の2列目の数であり, やはり行は1つプラスになり, 列は1つマイナスになっています。

このように, ある数の次の数は, 行が1つプラスになって, 列は1つマイナスになるのです。

(2)は, 5行目の7列目の数を求める問題でした。

5行目の7列目の数を(5, 7)と表すことにすると, その次の数は(6, 6), その次の数は(7, 5), …となっています。

$(5, 7) \rightarrow (6, 6) \rightarrow (7, 5) \rightarrow (8, 4) \rightarrow (9, 3) \rightarrow (10, 2) \rightarrow (11, 1)$ となっていった, (11, 1)は「三角数」になり, 1から11までの和ですから66です。

(5, 7)は(11, 1)よりも6小さい数ですから, $66-6=60$ になります。

- (3) 95に近い「三角数」は, 1から13までの和である91です。

91は, 13行目の1列目にあります。

91の次の数である92は, 1行目の14列目になります。

93は2行目の13列目, 94は3行目の12列目, 95は4行目の11列目です。

重要問題チェック 25

(1) 1段目の和は1です。

2段目の和は, $1+1=2$ です。

3段目の和は, $1+2+1=4$ です。

4段目の和は, $1+3+3+1=8$ です。

ここで, 2段目の和である2は1段目の和である1の2倍,

3段目の和である4は2段目の和である2の2倍,

4段目の和である8は3段目の和である4の2倍になっています。

同じように考えて, 5段目の和は4段目の和である8の2倍になるので, $8 \times 2 = 16$ です。

6段目の和は5段目の和である16の2倍になるので, $16 \times 2 = 32$ です。

7段目の和は6段目の和である32の2倍になるので, $32 \times 2 = 64$ です。

8段目の和は7段目の和である64の2倍になるので, $64 \times 2 = 128$ です。

(2) 左から3番目の数をどんどん書いてみましょう。

3段目の左から3番目の数は1です。

4段目の左から3番目の数は3です。

5段目の左から3番目の数は6です。

6段目の左から3番目の数は10です。

左から3番目の数は, 1, 3, 6, 10, ... のような, 「三角数」になっています。

ただし, たとえば10は1から4までの和ですが, 4段目ではなく, 6段目になっていることに注意しましょう。つまり, $\square$ 段目なら, 1から $(\square-2)$ までの和になります。

20段目の左から3番目なら, 1から18までの和になるので, $(1+18) \times 18 \div 2 = 171$ になります。

ステップアップ演習 1

(1) 右の図のように、段にして考えましょう。

1 段目は1個, 2 段目は2個, …のように並んでいますから, たとえば5 段目までの個数は,
 $1+2+3+4+5=15$ (個)という三角数になります。

個数が50 個になればよいのですから, 50 に近い三角数を求めます。

$1+2+3+\cdots+9=45$ が, 50 に近い三角数です。

つまり, 9 段目までで45 個あって, あと $50-45=5$ (個)あれば50 個になりますから, 9 段目の次の, 10 段目の左から5 番目の数を求めればよいことになります。

どの段でも, 左から5 番目は5 ですから, 10 段目の左から5 番目も **5** です。

1,	→1個
1, 2,	→2個
1, 2, 3,	→3個
1, 2, 3, 4,	→4個
1, 2, 3, 4, 5,	→5個
1, 2, ……………	

(2) (1)と同じように段にして考えましょう。

1 回目の3 は, 3 段目の左から3 番目です。

2 回目の3 は, 4 段目の左から3 番目です。

3 回目の3 は, 5 段目の左から3 番目です。

1,
1, 2,
1, 2, 3,
1, 2, 3, 4,
1, 2, 3, 4, 5,
1, 2, ……………

このように, $\square$ 回目の3 なら, $(\square+2)$ 段目の左から3 番目です。

よって, 16 回目の3 なら, $16+2=18$ (段目)の左から3 番目です。

17 段目までには, $1+2+3+\cdots+17=(1+17)\times 17\div 2=153$ (個)ありますから, 18 段目の左から3 番目までに, $153+3=156$ (個)あります。

よって16 回目の3 は, **156** 番目にあることがわかりました。

ステップアップ演習 2

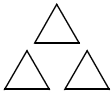
(1) 1段の正三角形には、1個あります。

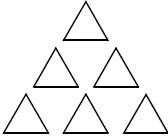
2段の正三角形には、4個あります。 $2 \times 2 = 4$ (個)ですね。

3段の正三角形には、9個あります。 $3 \times 3 = 9$ (個)ですね。

同じように考えると、5段の正三角形には、 $5 \times 5 = 25$ (個)あることになります。

(2) 1段の正三角形には、棒が3本使われています。

2段の正三角形には、 とすると、棒が $3 \times (1 + 2) = 9$ (本)使われています。

3段の正三角形には、 とすると、棒が $3 \times (1 + 2 + 3) = 18$ (本)使われています。

同じように考えると、 $\square$ 段の正三角形には、棒が $3 \times (1 + 2 + 3 + \cdots + \square)$ 本使われていることになります。

いま、棒が108本使われているのですから、 $3 \times (1 + 2 + 3 + \cdots + \square) = 108$ となります。

$108 \div 3 = 36$ ですから、 $1 + 2 + 3 + \cdots + \square = 36$ となります。

$\square$ は適当に求めるしかなく、たとえば1から10までの和だったら55で、1から9までの和は $55 - 10 = 45$ 、1から8までの和は $45 - 9 = 36$ ですから、 $\square$ は8になり、アは **8** です。

8段の場合、(1)と同じように考えると、正三角形が $8 \times 8 = 64$ (個)ありますから、イは **64** です。

ステップアップ演習 3 (1)

買ったジュースを○で，無料でもらったジュースを×であらわすことにします。

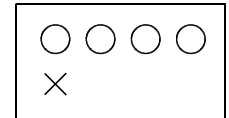
1本買ったときは無料ジュースはもらえません。手元にシールが1枚あります。

2本買ったときも無料ジュースはもらえません。手元にシールが2枚あります。

3本買ったときは無料ジュースはもらえません。手元にシールが3枚あります。

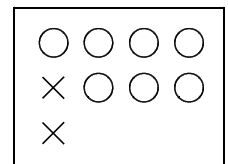
4本買ったときはシールが4枚あるので，それを無料ジュースに交換することができます。4枚のシールはお店に取られてしまいます(取られないと，無限に無料ジュースをもらえることになる)が，無料ジュースにはシールがついているので，いま手元にシールが1枚あります。

つまり，4本買ったときは，買ったジュースが4本と，無料のジュースが1本ですから，右の図のようになります。



いま，無料ジュースについていたシール1枚をもっていますから，あと3枚のシールをもらえば，つまりあと3本買えば，シールは4まいになって，無料ジュースがもらえます。

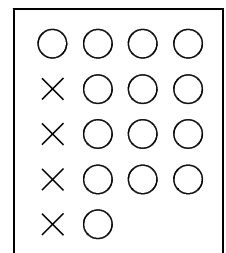
よって，右の図のようになったときに，また無料ジュースがもらえる状態になっています。



(1)では，1400円もっていて，ジュース1本は100円ですから， $1400 \div 100 = 14$ (本)のジュースを買うことができます。

○が14個になればいいのですから，右の図のような状態になればいいわけです。

無料ジュースである×は4個あるので，買ったジュースが14本と，無料ジュースが4本あることになり，全部で $14 + 4 = 18$ (本)のジュースを飲むことができます。



ステップアップ演習 3 (2)

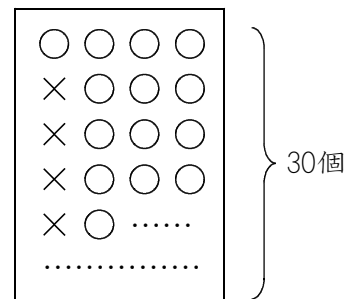
この問題の解説を読むときは、(1)の解説も必ず読むことにしましょう。

全部で30本のジュースを手に入れるのですから、買ったジュースである○と、無料ジュースである×が、合わせて30個になればいいわけです。

右の図のようになったときを求めることになります。

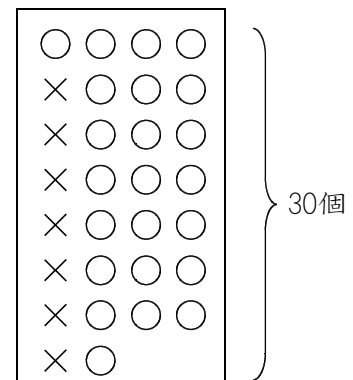
一番上の段は○ばかり4個、それ以外の段は○と×が合わせて4個ですから、結局どの段も、4個ずつあります。

$30 \div 4 = 7$ あまり 2 ですから、全部で7段と、あと2個のあまりがあればよいです。



右の図のようになっていけばよいので、×は7個、つまり、無料ジュースは7本で、買うのは $30 - 7 = 23$ (本)です。

1本100円で買うのですから、 $100 \times 23 = 2300$ (円)あれば、30本分のジュースを飲むことができます。



ステップアップ演習 4

- (1) $26 \div 4 = 6$ あまり 2 ですから、6 日間の掃除当番をして、あと 2 人があまっています。

この 2 人が掃除当番をするのは、 $6 + 1 = 7$ (日目) です。

1 日目は 6 月 16 日(火)。2 日目は 6 月 17 日(水)。3 日目は 6 月 18 日(木)。
 4 日目は 6 月 19 日(金)。6 月 20 日(土)と 6 月 21 日(日)は掃除当番をしません。
 5 日目は 6 月 22 日(月)。6 日目は 6 月 23 日(火)。7 日目は 6 月 24 日(水)。

よって出席番号 26 番の人がはじめて掃除当番になるのは、**6 月 24 日の水曜日**です。

- (2) 掃除当番は、4 人ずつのくり返しです。

クラス的人数は、34 人が終わったらまた 1 番の人からするので、34 人ずつのくり返しです。

よって、掃除当番もクラス的人数もぴったり終わりになるのは、4 と 34 の最小公倍数の 68 人が終わったときです。

1 日に 4 人ずつするので、 $68 \div 4 = 17$ (日) たったとき、ちょうどぴったり終わります。

よって、 $17 + 1 = 18$ (日目) に、また出席番号 1 番の人から始まります。

したがってこの問題は、6 月 16 日の火曜日から掃除当番を始めて、18 日目はいつなのかを求める問題です。

右の図は、掃除当番をする日が○、しない日は×にしてあります。

1 週間の中で、土曜・日曜をのぞく 5 日間が、掃除当番をやる日です。

$18 \div 5 = 3$ あまり 3 ですから、3 週間と、あと 3 日になり、右の図のようになります。? のところの日付を求めることになります。

	火	水	木	金	土	日	月
6月16日	○	○	○	○	×	×	○
	○	○	○	○	×	×	○
	○	○	○	○	×	×	○
	○	○	○	○	×	×	○
			?				

図の★は 6 月 18 日で、そこから木曜日だけ書いていくと、次は 6 月 25 日、次は 7 月 2 日、次は 7 月 9 日ですから、? のところは、**7 月 9 日の木曜日**になります。

ステップアップ演習 5

(1) 1年は、(平年では)365日あります。

1週間は7日間ですから、 $365 \div 7 = 52$ あまり 1 により、52週間とあと1日です。

よって、1年たてば、曜日は1日ずれます。

平年は2月は28日までですが、うるう年の場合は2月は29日まであり、1年は366日になるので、曜日は2日ずれることになります。

2018年7月7日は土曜日で、次の2019年は平年ですから、7月7日は曜日が1日だけずれて、日曜日になります。

(2) (1)と同じように考えていきます。

2018年7月7日は土曜日でした。

2019年7月7日は、2019年が平年だったので1日だけずれて日曜日でした。

2020年7月7日は、2020年がうるう年なので、2日ずれて火曜日です。

2021年7月7日は、2021年が平年なので1日だけずれて水曜日です。

2022年7月7日は、2022年が平年なので1日だけずれて木曜日です。

2023年7月7日は、2023年が平年なので1日だけずれて金曜日です。

2024年7月7日は、2024年がうるう年なので2日ずれて日曜日です。

2025年7月7日は、2025年が平年なので1日だけずれて月曜日です。

2026年7月7日は、2026年が平年なので1日だけずれて火曜日です。

2027年7月7日は、2027年が平年なので1日だけずれて水曜日です。

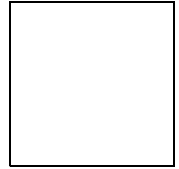
2028年7月7日は、2028年がうるう年なので2日ずれて金曜日です。

2029年7月7日は、2029年が平年なので1日だけずれて土曜日です。

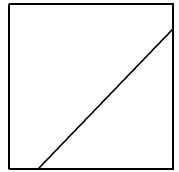
よって、2018年の次に7月7日が土曜日になるのは、2029年です。

ステップアップ演習 6

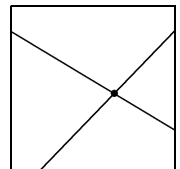
(1) 直線を何も引かない場合、交点はなく、正方形は1個の部分だけです。



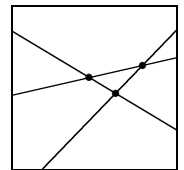
直線を1本だけ引いたら、まだ交点はなく、正方形は2個の部分に分けられています。



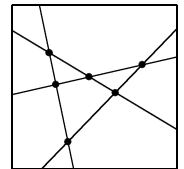
直線を2本引いたら、交点は1個、正方形は4個の部分に分けられています。



直線を3本引いたら、交点は3個、正方形は7個の部分に分けられています。



直線を4本引いたら、交点は6個、正方形は11個の部分に分けられています。



表にまとめると

直線	交点	部分
0	0	1
1	0	2
2	1	4
3	3	7
4	6	11

となり、増え方も書き込むと

直線	交点	部分
0	0	1
1	0 → 0	1 → 2
2	1 → 1	2 → 4
3	2 → 3	4 → 7
4	3 → 6	7 → 11

となります。

よって5本のときの交点は $0 + (0 + 1 + 2 + 3 + 4) = 10$ (個) になり、正方形を分ける部分は $1 + (1 + 2 + 3 + 4 + 5) = 16$ (個) になります。

(2) 同じように考えると、9本のときの交点は $0 + (1 + 2 + \dots + 8) = 36$ (個) になり、正方形を分ける部分は $1 + (1 + 2 + \dots + 9) = 1 + 45 = 46$ (個) になります。