シリーズ5年下第17回・くわしい解説

・スライスの図の書き方をマスターしましょう。
・回転体の体積・表面積の解き方をマスターしましょう。
・柱体の体積＝底面積×高さ
・すい体の体積＝底面積×高さ×$\frac{1}{3}$
・柱体の表面積＝底面積×２＋側面積は長方形
・円すいの側面積＝母線×底面の半径×３.１４
・投影図問題の解き方をマスターしましょう。

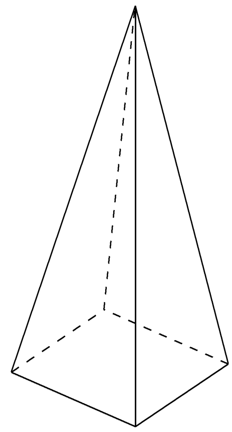
目　次

すぐる学習会
https://www.suguru.jp

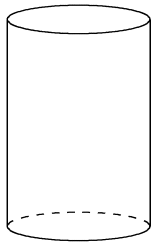
基本 1 (1)

ワンポイント　正面から見て三角形なら「すい体」，長方形なら「柱体」の可能性大。

①は，右の図のような「四角すい」ですから，答えはエです。



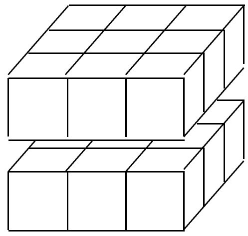
②は，右の図のような「円柱」ですから，答えはオです。



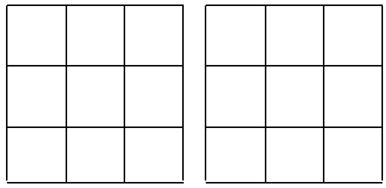
基本 1 (2)

ワンポイント　「スライス」の考え方を，マスターしましょう。

直方体を，右の図のように２段に分け，

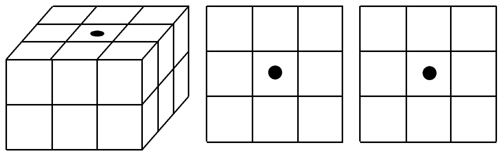


上から見た図に，●印を書いていきます。

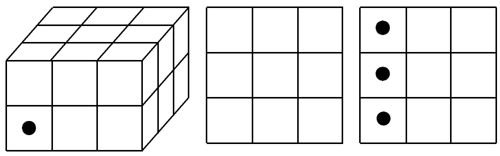


１段目　２段目

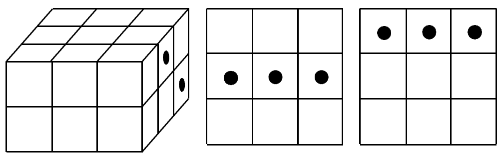
右の図のようにに書きこむことができます。



１段目　２段目

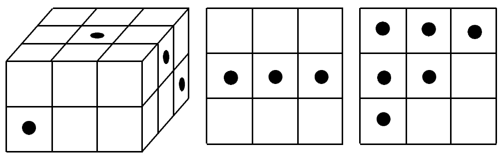


１段目　２段目



１段目　２段目

まとめると右の図のようになり，●印は，１段目から２段目までに９個あります。



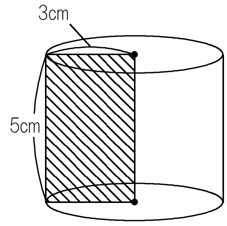
１段目　２段目

３×３×２＝１８(個)の立方体のうち，穴があいたのが９個ですから，あいていないのは，１８－９＝９(個)です。

基本 1 (3)

ワンポイント　１回転させると，どんな立体ができるでしょう。

１回転させると，右のような円柱ができます。



円柱の体積

＝ 底面積×高さ

$= \underbrace{3 \times 3 \times 3.14}_{\text{底面積}} \times \underbrace{5}_{\text{高さ}}$

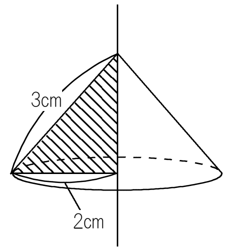
＝ 45×3.14

＝ 141.3（cm^2）

基本 $\boxed{1}$ (4)

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　１回転させると，どんな立体ができるでしょう。

１回転させると，右のような円すいができます。



円すいの表面積は，底面積と側面積の和です。

側面積は，「母線×半径×3.14」の公式で求めます。

この円すいの場合，母線は３cm，半径は２cmです。

円すいの表面積

＝ 底面積＋側面積

$= \underbrace{2\times2\times3.14}_{\text{底面積}}\times\underbrace{3\times2\times3.14}_{\text{側面積}}$

$= 4\times3.14+6\times3.14$

$= (4+6)\times3.14$

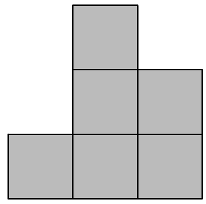
$= 10\times3.14$

$= 31.4\ (\mathrm{cm}^2)$

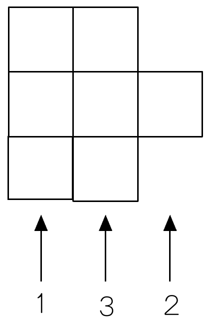
基本 $\boxed{2}$ (1)

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　類題をたくさん解いて，このような問題を好きになってください。

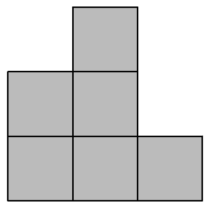
正面から見ると，右図のように１個，３個，２個が積み重なっています。



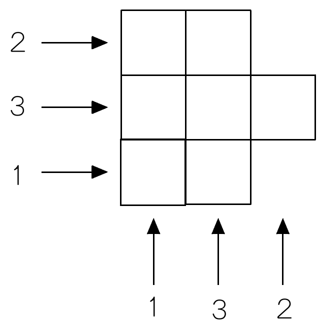
真上から見た図に，１，３，２と書きこみます。



左横から見ると，右図のように２個，３個，１個が積み重なっています。

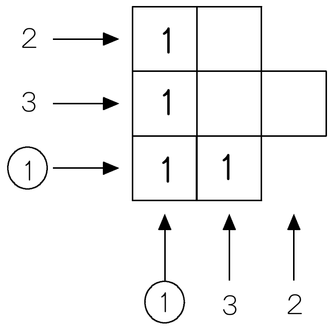


真上から見た図に，２，３，１と書きこみます。

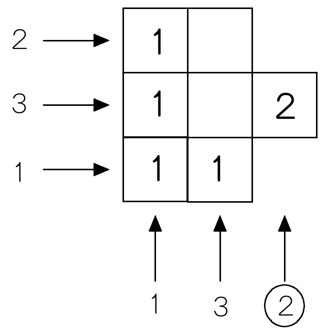


（次のページへ）

　１個になって見えているところは，１個しか
積み重なっていません。



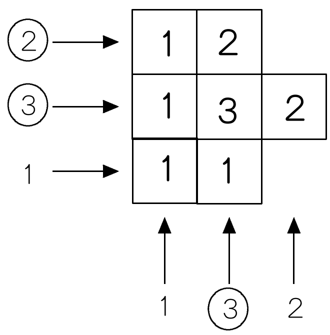
　正方形が１つしかないところは，見えている
個数が，そのまま積み重なっています。



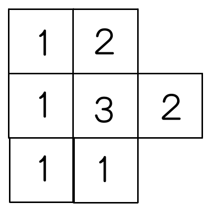
　２個になって見えているところは，最大の
積み重なりが２個です。

　３個になって見えているところは，最大の
積み重なりが３個です。

　よって，右図のようになります。



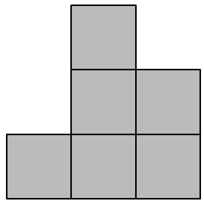
　積み重なっている個数がわかったので，
積み木の個数は　１＋２＋１＋３＋２＋１＋１＝１１（個）で
あることが，わかりました。



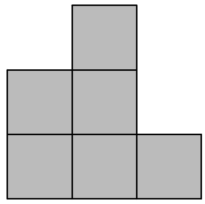
基本 $\boxed{2}$ (2)

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　表面積は，ふつう，「前後左右上下」で求めます。

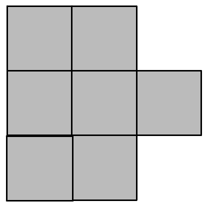
前から見ると，右図のように，６面が見えます。
後ろから見ても，６面が見えます。



左から見ると，右図のように，６面が見えます。
右から見ても，６面が見えます。



真上から見ると，右図のように，７面が見えます。
真下から見ても，７面が見えます。



よって，「前後左右上下」で見える面の数は，右表のようになり，
全部で，（６＋６＋７）×２＝３８（面）が見えます。

前	6
後	〃
左	〃
右	〃
上	7
下	〃

１つの面の面積は，１×１＝１（cm^2）ですから，
表面積は，１×３８＝３８（cm^2）になります。

基本$\boxed{3}$(1)

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　(1)だけなら，ウルトラ簡単です。

①　体積＝たて×横×高さ＝５×６×４＝１２０(cm^3)です。

②　表面積＝(前＋右＋上)×２

＝(４×６＋４×５＋５×６)×２

＝(２４＋２０＋３０)×２

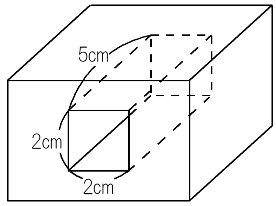
＝７４×２

＝１４８(cm^2)です。

基本 $\boxed{3}$ (2)

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　穴あき立体の表面積を求めるのはミスしやすいので注意しましょう。

①　(1)の直方体の体積は１２０ cm^3 でした。

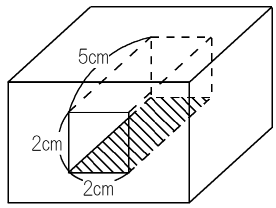


(2)では穴の体積ぶん小さくなります。

穴の体積は ２×２×５＝２０ (cm^3)ですから，

この立体の体積は，１２０－２０＝１００ (cm^3)です。

②　(1)の直方体の表面積は１４８ cm^2 でした。



(2)では穴２つの面積ぶん表面積が減りますが，逆に，右の図のしゃ線部分のような，穴の側面が４面ぶんだけ表面積が増えます。

この立体の表面積

$$= \underbrace{148}_{\text{(1)の表面積}} - \underbrace{2\times 2}_{\text{穴}} \times \underbrace{2}_{\text{2こぶん}} + \underbrace{5\times 2}_{\text{穴の側面}} \times \underbrace{4}_{\text{4面ある}}$$

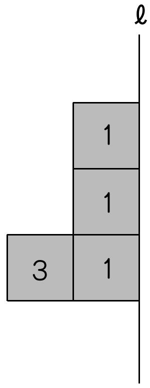
＝１４８－８＋４０

＝１８０ (cm^2)です。

基本 $\boxed{4}$ (1)

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　このような問題に通用するとても簡単な求め方を，マスターしましょう。

回転させたときの体積の比は，１，３，５，…のような，
１から始まる奇数になります。
この問題の場合は右図のようになります。

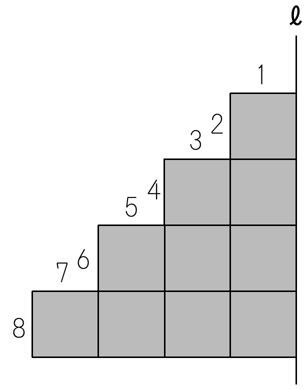


右図の「１」の部分は，半径が１cmで，高さも１cmの
円柱になりますから，体積は，
１×１×３.１４×１＝１×３.１４　になります。

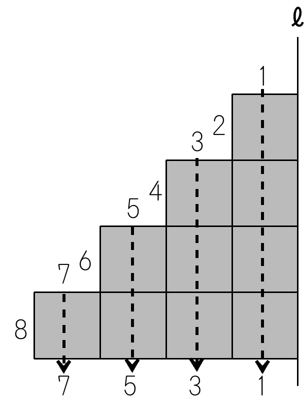
全体で，１＋１＋１＋３＝６　になりますから，
　１×３.１４×６
＝６×３.１４
＝１８.８４ (cm^3)になります。

基本 4 (2)

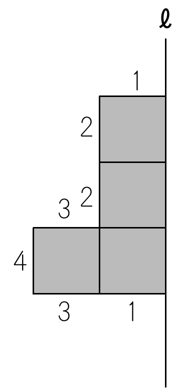
ワンポイント　このような問題に通用するとても簡単な求め方を，マスターしましょう。



もし，右の図のような階段のようになっている図形なら，回転させたときの表面積は，右の図のような比になります。



底面は，右の図のように，１，３，５，７，と，１から始まる奇数になります。



この問題の場合は，右の図のようになります。

右図の「１」の部分は，半径が１cmの円ですから，面積は，
１×１×３.１４＝１×３.１４ (cm^2) になります。

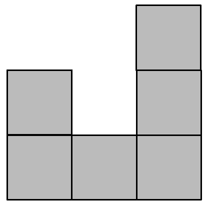
全体で，１＋２＋２＋３＋４＋３＋１＝１６ になりますから，

１×３.１４×１６
＝１６×３.１４
＝５０.２４ (cm^2)になります。

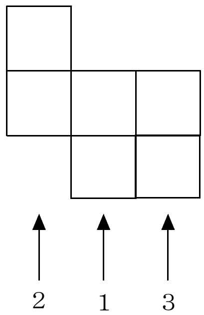
練習 1 (1)

ワンポイント　類題をたくさん解いて，このような問題を好きになってください。

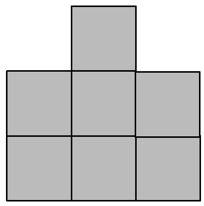
正面から見ると，右図のように２個，１個，３個が積み重なっています。



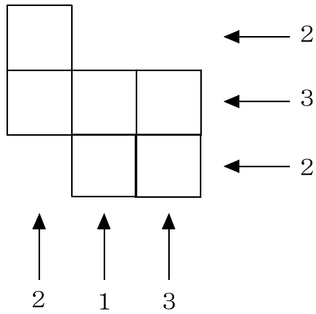
真上から見た図に，２，１，３と書きこみます。



右横から見ると，右図のように２個，３個，２個が積み重なっています。

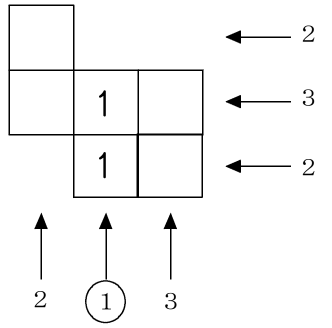


真上から見た図に，２，３，２と書きこみます。

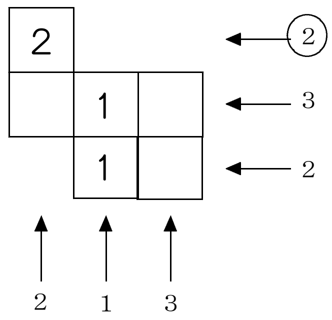


（次のページへ）

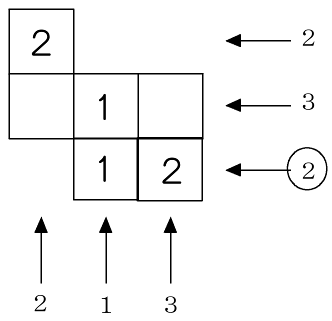
１個になって見えているところは，１個しか積み重なっていません。



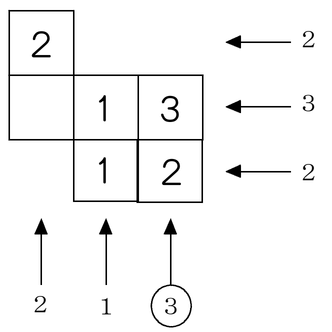
正方形が１つしかないところは，見えている個数が，そのまま積み重なっています。



２個になって見えているところは，最大の積み重なりが２個です。



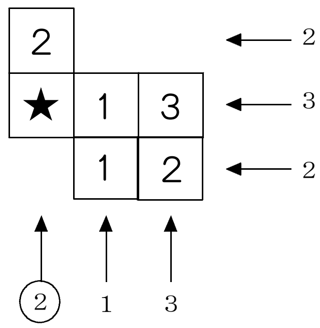
３個になって見えているところは，最大の積み重なりが３個です。



（次のページへ）

２個になって見えているところは，最大の積み重なりが２個です。

よって，右図の★の部分は，１個か２個です。



★が１個の場合は，全部で ９＋１＝１０(個)です。
★が２個の場合は，全部で ９＋２＝１１(個)です。

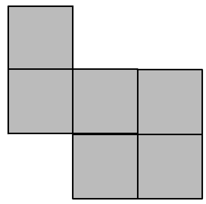
１個の体積は，１×１×１＝１(cm^3)ですから，１０個の場合は１０cm^3，１１個の場合は１１cm^{3}です。

よってこの立体の体積として考えられるのは，１０cm^3，１１cm^{3}です。

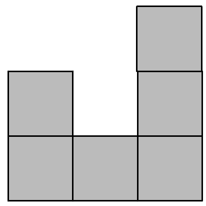
練習 $\boxed{１}$ (2)

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　表面積は，ふつう，「前後左右上下」で求めますが…。

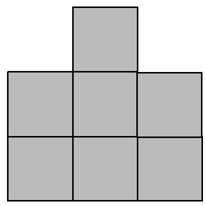
真上から見ると，右図のように，６面が見えます。
真下から見ても，６面が見えます。



前から見ると，右図のように，６面が見えます。
後ろから見ても，６面が見えます。



右横から見ると，右図のように，７面が見えます。
左横から見ても，７面が見えます。

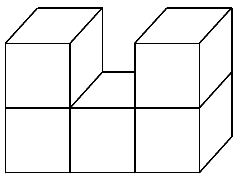
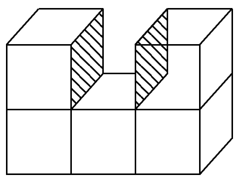


よって，「前後左右上下」で見える面の数は，右表のようになり，
全部で，（６＋６＋７）×２＝３８（面）が見えます。

上	6
下	〃
前	〃
後	〃
右	7
左	〃

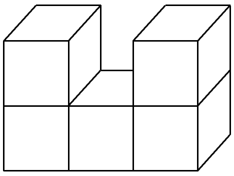
１つの面の面積は，１×１＝１（cm^2）ですから，
表面積は，１×３８＝３８（cm^2）になりそうです。

しかし，実は「前後左右上下」で見えない面もあるのです。

たとえば  のような立体の場合， のしゃ線で示した２面は「前後左右上下」のどこから見ても見えません。

このような「かくれ面」があれば，表面積は３８cm^2よりも大きくなります。

(次のページへ)

の場合は，上から見ると $\boxed{2}\boxed{1}\boxed{2}$ と表されます。

$\boxed{2}\boxed{1}\boxed{2}$ のように，まん中の数字が左右よりも小さい場合は，まん中がへこんでいるので，「かくれ面」があります。

2		
★	1	3
	1	2

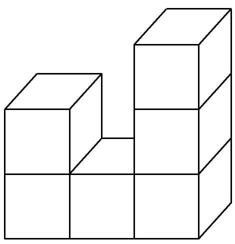
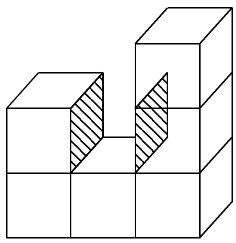
この問題の場合は，上から見ると右の図のようになっているのでした。★の部分が１個か２個ですが，

2		
1	1	3
	1	2

★が１個の場合は，へこんでいないので表面積は３８cm^2のままです。

2		
2	1	3
	1	2

★が２個の場合は， $\boxed{2}\boxed{1}\boxed{3}$ の部分がへこんでいます。

立体的に書くととなっているので，の部分の２面が「かくれ面」です。

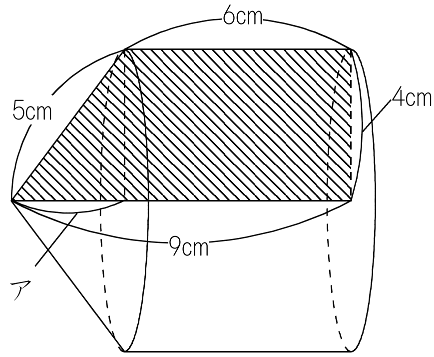
「かくれ面」２面ぶん増えると表面積は，３８＋２＝４０（cm^2）になります。

したがって，表面積として考えられるのは，３８cm^2と４０cm^2です。

練習 2 (1)

ワンポイント　「辺ＢＣ」が軸です。間違えないようにしましょう。

　辺ＢＣを軸として１回転させると，右の図のような立体になります。



　この立体の左の方は円すい，右の方は円柱になっています。

　円すいの底面の半径は４cmで，高さはアの部分なので，９－６＝３(cm)です。

　円すいの体積は，$４×４×３.１４×３×\frac{1}{3}＝１６×３.１４(cm^3)$です。

　円柱の底面の半径も４cmで，高さは６cmです。

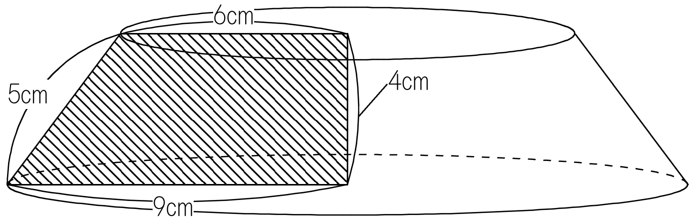
　円すいの体積は，$４×４×３.１４×６＝９６×３.１４(cm^2)$です。

　よってこの立体の体積は，
　１６×３.１４＋９６×３.１４
＝(１６＋９６)×３.１４
＝１１２×３.１４
＝３５１.６８(cm^3)です。

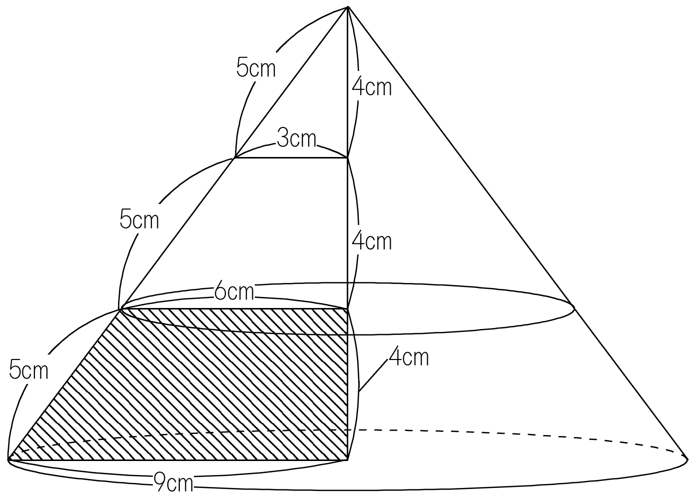
練習 2 (2)①

ワンポイント　「円すい台」ができます。

辺ＤＣを軸として回転すると，右の図のような「円すい台」ができます。



この「円すい台」は，下の図のように伸ばすと，
「底面の半径が９cmで，高さが４×３＝１２(cm)の円すい」から，
「底面の半径が６cmで，高さが４×２＝８(cm)の円すい」を引いた残り部分になります。

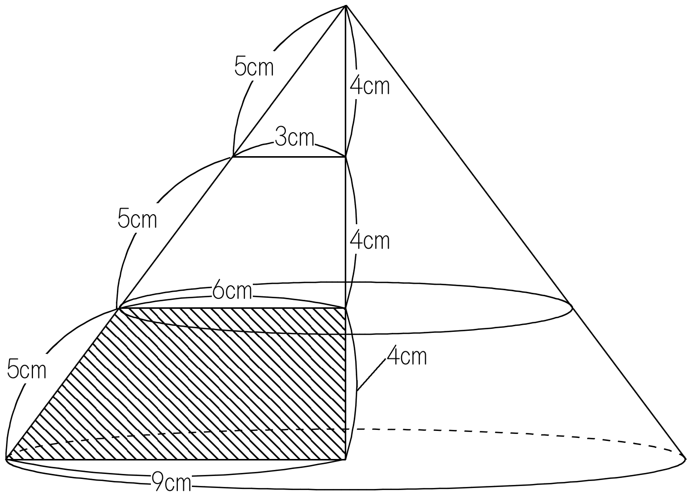


$$9 \times 9 \times 3.14 \times 12 \times \frac{1}{3} - 6 \times 6 \times 3.14 \times 8 \times \frac{1}{3}$$

＝３２４×３.１４－９６×３.１４
＝(３２４－９６)×３.１４
＝２２８×３.１４
＝７１５.９２(cm^3)です。

練習 2 (2)②

ワンポイント　「円すい台」ができます。



上の底面は，
６×６×３.１４＝３６×３.１４(㎠)です。

下の底面は，
９×９×３.１４＝８１×３.１４(㎠)です。

側面積は，大きい円すいの側面積から小さい円すいの側面積を引いた残りです。

大きい円すいの側面積は，
母線×底面の半径×３.１４
＝１５×９×３.１４
＝１３５×３.１４(㎠)です。

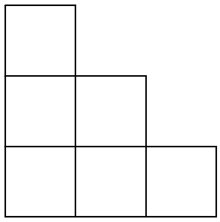
小さい円すいの側面積は，
母線×底面の半径×３.１４
＝１０×６×３.１４
＝６０×３.１４(㎠)です。

よって，この円すい台の側面積は，
１３５×３.１４－６０×３.１４＝(１３５－６０)×３.１４＝７５×３.１４(㎠)です。

この円すい台の表面積は，
上の底面積＋下の底面積＋側面積
＝３６×３.１４＋８１×３.１４＋７５×３.１４
＝(３６＋８１＋７５)×３.１４
＝１９２×３.１４
＝６０２.８８(㎠)です。

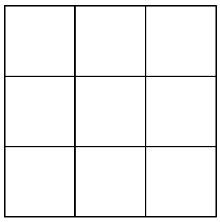
練習 3 (1)

ワンポイント　「１辺が２cm」ということを忘れやすいです。注意しましょう。

この立体を前から見ると，のようになっているので６面が見えます。

この立体を後ろから見ても，左から見ても，右から見ても，やはり６面が見えます。

「前・後ろ・左・右」の４方向から見たときは，いずれも６面が見えているわけです。

この立体を上から見ると，のようになっているので，９面が見えます。

この立体を下から見ても，やはり９面が見えます。

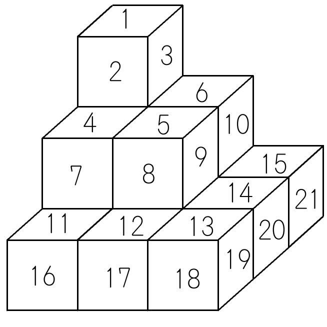
「上・下」の２方向から見たときは，いずれも９面が見えているわけです。

「６面」が４方向，「９面」が２方向ですから，全部で，６×４＋９×２＝４２(面)が見えています。

１面は１辺が２cmの正方形ですから，その面積は，２×２＝４(cm^2)です。

全部で４２面あるので，表面積は，４×４２＝１６８(cm^2)になります。

別解　立体の面に，右の図のように番号をつけていく解き方もあります。



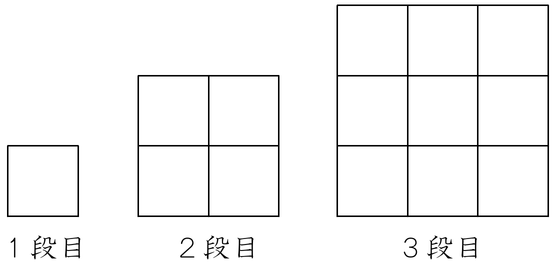
全部で２１番まで番号をつけられるので，全部で２１面に番号をつけたことになります。

番号をつけたそれぞれの面のうらに，必ず面があるので，面の数は，２１×２＝４２(面)になる，というわけです。

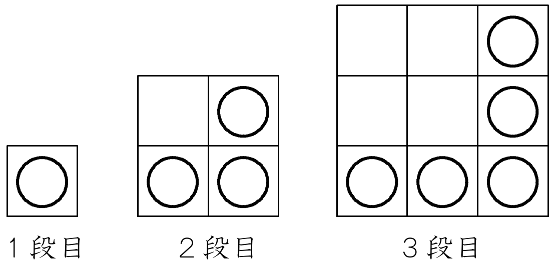
練習 3 (2)

ワンポイント　スライスして考えます。

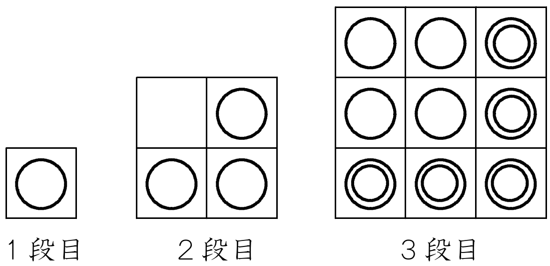
１段目，２段目，３段目の「上から見た図」を書いて，考えていきます。



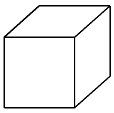
上から見て見える面をマルにすると，右の図のようになります。

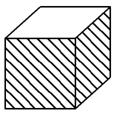
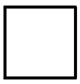


下から見て見える面もマルにすると，右の図のようになります。

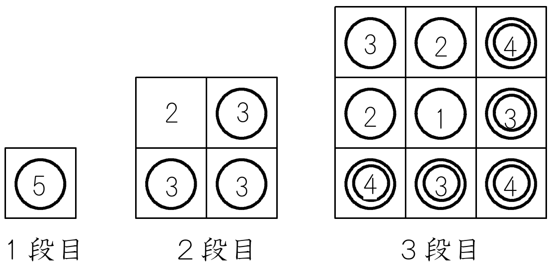


たとえば１段目は立体的に書くと

となっていて，側面である

の部分は，「上から見た図」ではの太線の部分です。４面が見えています。

このように考えると，上または下，さらに側面から見て見える面の数は，右の図のようになります。マルがついていたらプラス１，二重マルになっていたら，プラス２しています。

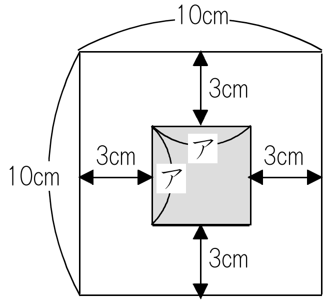


よって，３つの面だけが赤くぬられているのは，１段目には０個，２段目は３個，３段目は３個，合計で　０＋３＋３＝６(個)です。

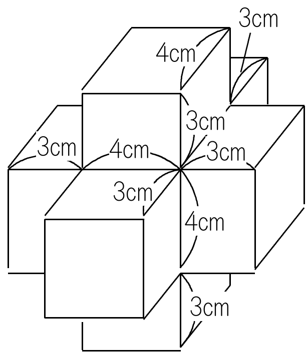
練習$\boxed{4}$(1)

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　見取り図を書くのが上手な人が，有利な問題です。

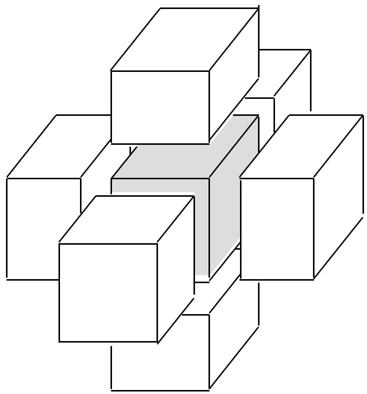
右の図の，アの長さは　１０－３×２＝４（cm）です。



よって，立方体からくりぬいた部分は，右の図のようになります。



立方体からくりぬいた部分を右の図のように分けると，まん中にあるかげをつけた部分は，１辺が４cmの立方体なので，体積は　４×４×４＝６４（cm³）です。
それ以外の６つの直方体は，たて，横，高さが，４cm，４cm，３cmなので，体積は，４×４×３＝４８（cm³）です。



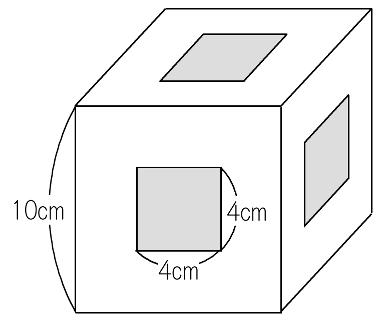
よって，くりぬいた部分の体積は，
６４＋４８×６＝３５２（cm³）になります。

立方体全体は，１辺が１０cmですから，体積は　１０×１０×１０＝１０００（cm³）です。

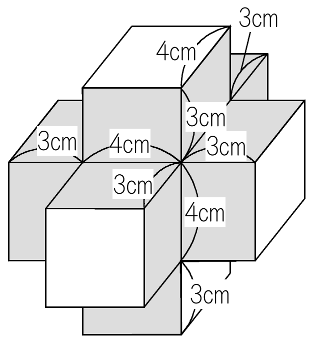
よって，くりぬいた残りの立体の体積は，１０００－３５２＝６４８（cm³）になります。

練習$\boxed{4}$(2)

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　穴の中の表面積を求めることが，とてもむずかしい問題です。

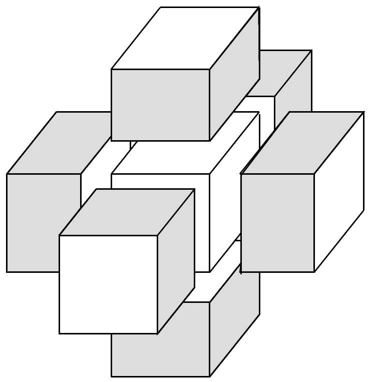


外側から見える面は，１つの面の面積が，
１０×１０－４×４＝８４（cm²）で，全部で
６面ありますから，８４×６＝５０４（cm²）
です。



穴の中は，右の図のようになっています。
１辺が４cmの正方形の部分は，ただの穴なので，表面積には関係ありません。

図の，かげをつけた部分が，穴の中の面です。



右の図のように分けると，まん中にある１辺が４cmの立方体は，すべての面が他の直方体とくっついているので，表面積には関係ありません。
それ以外の６つの直方体の側面積が，表面積に関係する部分です。

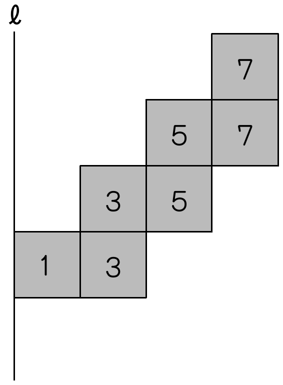
１つの直方体の側面積は，１つの面が，たて４cm，横３cmの長方形になっていて，それが４面あるので，４×３×４＝４８（cm²）です。

このような直方体が６個あるので，穴の中の表面積は，４８×６＝２８８（cm²）になります。

外側から見える表面積は５０４cm² で，穴の中の表面積は２８８cm² ですから，この立体の表面積は，５０４＋２８８＝７９２（cm²）になります。

練習 $\boxed{5}$ (1)

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　このような問題に通用するとても簡単な求め方を，マスターしましょう。



回転させたときの体積の比は，１，３，５，…のような，１から始まる奇数になります。

この問題の場合は右図のようになります。

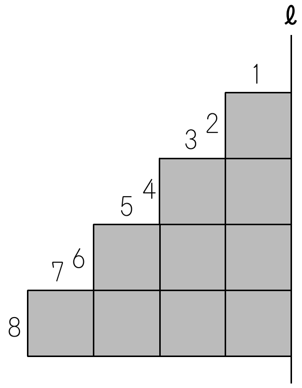
右図の「１」の部分は，半径が１cmで，高さも１cmの円柱になりますから，体積は，
１×１×３.１４×１＝１×３.１４　になります。

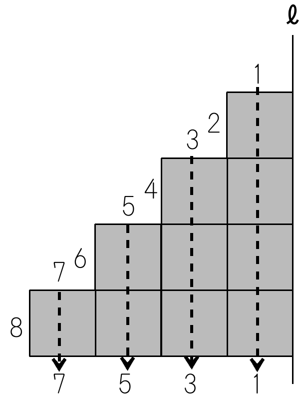
全体で，１＋３＋３＋５＋５＋７＋７＝３１　になりますから，
　１×３.１４×３１
＝３１×３.１４
＝９７.３４ (cm³)になります。

練習 5 (2)

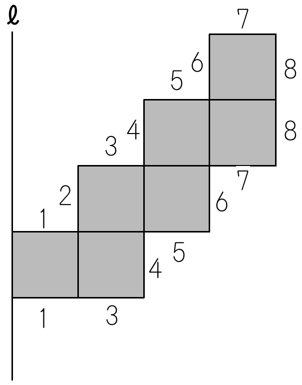
ワンポイント　このような問題に通用するとても簡単な求め方を，マスターしましょう。

もし，右の図のような階段のようになっている図形なら，回転させたときの表面積は，右の図のような比になります。





底面は，右の図のように，１，３，５，７，と，１から始まる奇数になります。



この問題の場合は，右の図のようになります。

右図の「１」の部分は，半径が１cmの円ですから，面積は，

１×１×３.１４＝１×３.１４（cm^2）になります。

全体で，（１＋３＋４＋５＋６＋７＋８）×２＋２＝７０になりますから，

１×３.１４×７０

＝７０×３.１４

＝２１９.８（cm^2）になります。