

シリーズ5年下第15回・くわしい解説

- ・全体の仕事量を，最小公倍数を利用して決めましょう。
- ・文中に「途中」という語句があったら「つるかめ算」を疑いましょう。
- ・「Aが休む」問題では，Aを無理矢理働かせましょう。
- ・ニュートン算は数多くの問題を解けば，慣れてきます。
- ・水そう図に，問題に書いてあるすべてを書きこみましょう。
- ・素数→2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, …
- ・素因数分解から約数の個数を求める方法をマスターしましょう。
- ・約数が3個…素数の平方数
約数が4個…「素数の立方数」か，「素数×別の素数」
約数が奇数個…平方数
- ・最大公約数・最小公倍数に関係した問題の場合は，連除法で。
- ・平行な平面にできる2本の切り口の線は平行になります。
- ・切り口の3つの線を延長すると1点で交わります。
- ・相似な図形の場合，面積比は平方数の比，体積比は立方数の比。
- ・立方体を切断したときの切り口…三角形，二等辺三角形，正三角形，台形，平行四辺形，ひし形，正方形，五角形，六角形，正六角形。
(直角二等辺三角形，正五角形，七角形，八角形，…はできない)

目 次

基本	1	…p.2	練習	1	…p.16
基本	2	…p.5	練習	2	…p.17
基本	3	…p.6	練習	3	…p.21
基本	4	…p.7	練習	4	…p.23
基本	5	…p.8	練習	5	…p.26
基本	6	…p.9	練習	6	…p.29
基本	7	…p.10			
基本	8	…p.11			
基本	9	…p.12			
基本	10	…p.13			
基本	11	…p.14			
基本	12	…p.15			

すぐる学習会

<https://www.suguru.jp>

基本 1 (1)ワンポイント 仕事全体を，最小公倍数にして決めましょう。

- ① Aは45分，Bは30分かかるのですから，仕事全体を45と30の最小公倍数である90にします。

Aは45分で90の仕事をするのですから，1分あたり， $90 \div 45 = 2$ ずつ仕事をします。

Bは30分で90の仕事をするのですから，1分あたり， $90 \div 30 = 3$ ずつ仕事をします。

よってAとBが1分間にする仕事量の比は，**2 : 3**になります。

- ② ①で求めた通り，仕事全体は90で，Aは1分に2ずつ，Bは1分に3ずつ仕事をします。

2人ですると，1分に $2 + 3 = 5$ ずつ仕事をします。

全体の仕事量である90をするのに， $90 \div 5 =$ **18** (分) かかります。

- ③ ①で求めた通り，仕事全体は90で，Aは1分に2ずつ，Bは1分に3ずつ仕事をします。

はじめにA 1人で12分すると， $2 \times 12 = 24$ の仕事をすることができます。

仕事全体は90ですから，残りの仕事は $90 - 24 = 66$ です。

Bは1分に3ずつ仕事をするのですから，残りの仕事である66をするのに， $66 \div 3 =$ **22** (分) かかります。

基本 1 (2)

ワンポイント 仕事全体を，最小公倍数にして決めましょう。

- ① Aは16日，AとBでは12日かかるのですから，仕事全体を16と12の最小公倍数である48にします。

Aは16日で48の仕事をするのですから，1日あたり， $48 \div 16 = 3$ ずつ仕事をします。

AとBは12日で48の仕事をするのですから，1日あたり， $48 \div 12 = 4$ ずつ仕事をします。

よって，Bが1日にする仕事量は， $4 - 3 = 1$ です。

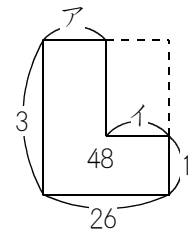
仕事全体は48で，Bは1日に1ずつするのですから，Bだけですと $48 \div 1 = 48$ (日) かかります。

- ② ①で，仕事全体は48で，Aは1日に3ずつ，Bは1日に1ずつ仕事をすることがわかりました。

はじめにAが1日に3ずつ，途中からBが1日に1ずつして，26日で仕事全体である48をします。

「途中」という語句からもわかる通り，この問題は「つるかめ算」です。

右のような面積図を書きましょう。



右の図の点線部分の面積は， $3 \times 26 - 48 = 30$ です。

点線部分のたては $3 - 1 = 2$ ですから，横であるイは， $30 \div 2 = 15$ です。

アは $26 - 15 = 11$ ですから，Aは 11 日仕事をしたことになります。

基本 1 (3)

ワンポイント 「のべ」の考え方に慣れましょう。

1人が1日でする仕事を1とします。

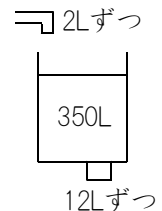
5人が18日でする仕事は、 $5 \times 18 = 90$ です。

この90の仕事を6人ですると、 $90 \div 6 = 15$ （日）かかります。

基本 2

ワンポイント どんな式を作れば答えを求めることができるのかを考えましょう。

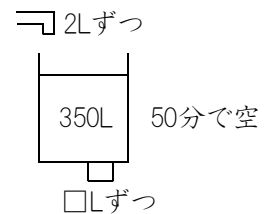
- (1) 水そうには 350 L の水がたまっていて、毎分 2 L の割合で水が流れこんでいきます。



もし、1 台のポンプで毎分 12 L ずつ水をくみ出すと、毎分 $12 - 2 = 10$ (L) ずつ水が減っていきますから、 $350 \div 10 = 35$ (分) で水そうは空になります。

1 本の式で書くと、 $350 \div (12 - 2) = 10$ となります。

実際は、ポンプでくみ出す量がわからないかわりに、50 分で水そうが空になることがわかっています。

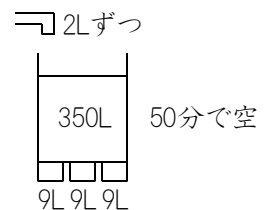


1 台のポンプが毎分 $\square$ L ずつ水をくみ出すことにすると、 $350 \div (\square - 2) = 50$ という式になります。

あとは逆算ですね。

$350 \div 50 = 7$ $7 + 2 = 9$ ですから、1 台のポンプは毎分 **9** L ずつ水をくみ出します。

- (2) (1)で、1 台のポンプは毎分 9 L ずつ水をくみ出すことがわかりました。



3 台のポンプでくみ出すと、毎分 $9 \times 3 = 27$ (L) ずつ水をくみ出します。

毎分 2 L ずつ水が流れこんでいきますから、 $350 \div (27 - 2) = 14$ (分) で、水そうは空になります。

基本 3

ワンポイント (1)では深さ，(2)では底面積を決めましょう。

- (1) AとBの水の深さの比は5:6ですから，Aの水の深さを5cm，Bの水の深さを6cmに決めます。

Aの底面積は 300 cm^2 で，Aの水の深さは5cmですから，Aに入っている水の量は， $300 \times 5 = 1500\text{ (cm}^3\text{)}$ です。

同じ量の水を入れたのですから，Bに入っている水の量も， 1500 cm^3 です。

Bは6cmの深さまで水が入ったのですから，Bの底面積は， $1500 \div 6 = 250\text{ (cm}^2\text{)}$ です。

- (2) AとBの底面積の比は3:1ですから，Aの底面積を3，Bの底面積を1に決めてしまします。

Aに4dLの水を入れたのですから，Aの水の深さは $\text{水の体積} \div \text{底面積} = 4 \div 3 = \frac{4}{3}$ です。

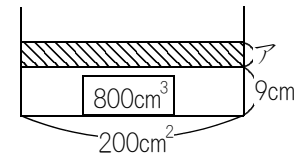
Bには6dLの水を入れたのですから，Bの水の深さは， $\text{水の体積} \div \text{底面積} = 6 \div 1 = 6$ です。

AとBの水の深さの比は， $\frac{4}{3} : 6 = \frac{4}{3} : \frac{18}{3} = 4:18 = 2:9$ です。

基本 4

ワンポイント (2)では、棒を端にくっつけた図を書きましょう。

- (1) 800 cm^3 のおもりを完全にしずめたので、右の図のしゃ線部分の体積も 800 cm^3 です。

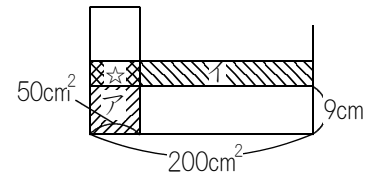


底面積は 200 cm^2 ですから、 $800 \div 200 = 4$ (cm) ぶん水面が上がるので、右の図のアが4 cmです。

よって水の深さは、 $9 + 4 = 13$ (cm) になります。

- (2) 棒が水中に入ったぶんだけ、水面が上がります。

右の図の「ア+☆」が水中に入ったので、水面は「イ+☆」のぶんだけ上がりました。



「ア+☆=イ+☆」ですから、「ア=イ」となります。

アの体積は、 $50 \times 9 = 450$ (cm^3) です。

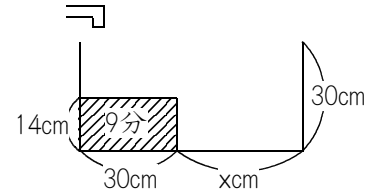
イの体積も 450 cm^3 で、イの底面積は $200 - 50 = 150$ (cm^2) ですから、イの高さは、 $450 \div 150 = 3$ (cm) です。

よって水の深さは、 $9 + 3 = 12$ (cm) になります。

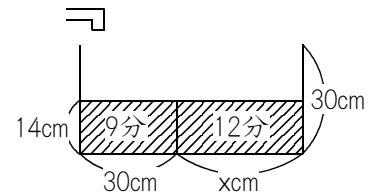
基本 5

ワンポイント ま正面から見た図を書いて、いろいろな数を書いて考えましょう。

グラフを見ると、9分で右の図のようになったことがわかります。



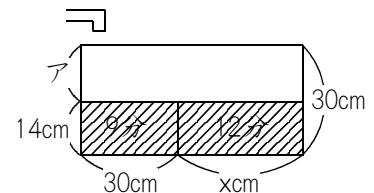
21分のときは右の図のようになり、仕切り板よりも右の部分には、 $21 - 9 = 12$ （分）で水が入ります。



9分：12分＝3：4ですから、横の長さも3：4になり、30cmが3にあたります。

1あたり $30 \div 3 = 10$ （cm）ですから、4にあたるのは $10 \times 4 = 40$ （cm）になり、 x は40です。

また、 y 分のときには右の図のように30cmの深さまで水が入りますが、アの部分は、 $30 - 14 = 16$ （cm）です。



よって、右の図のしゃ線部分と、その上の白い部分との体積の比は $14 : 16 = 7 : 8$ になり、7のところを $9 + 12 = 21$ （分）で入れたのですから、1あたり $21 \div 7 = 3$ （分）で入れます。

8にあたる白い部分は、 $3 \times 8 = 24$ （分）で入るのですから、 y は、 $21 + 24 = 45$ です。

x は40、 y は45であることがわかりました。

基本 6

ワンポイント 最小公倍数は2つでも割れたら割ることに注意しましょう。

- (1) 右の図において，最大公約数は左側だけのかけ算なので，
 $2 \times 3 = 6$ です。

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 36 \quad 42} \\ 3 \overline{) 18 \quad 21} \\ \hline 6 \quad 7 \end{array}$$

最小公倍数は左と下のかけ算なので， $2 \times 3 \times 6 \times 7 = 252$ です。

- (2) 右の図において，最大公約数は左側だけのかけ算なので，
 $2 \times 3 \times 7 = 42$ です。

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 210 \quad 252} \\ 3 \overline{) 105 \quad 126} \\ 7 \overline{) 35 \quad 42} \\ \hline 5 \quad 6 \end{array}$$

最小公倍数は左と下のかけ算なので， $2 \times 3 \times 7 \times 5 \times 6 = 1260$ です。

- (3) 最大公約数は全部割り切れる数で割らなければならないので
 右の図のようになり，左側だけのかけ算なので， $2 \times 2 = 4$ です。

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 28 \quad 36 \quad 84} \\ 2 \overline{) 14 \quad 18 \quad 42} \\ \hline 7 \quad 9 \quad 21 \end{array}$$

最小公倍数は2つでも割れたら割らなければならないので
 さらに3で割ります。3で割り切れない7はそのまま下におろし
 ます。

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 28 \quad 36 \quad 84} \\ 2 \overline{) 14 \quad 18 \quad 42} \\ 3 \overline{) 7 \quad 9 \quad 21} \\ \hline 7 \quad 3 \quad 7 \end{array}$$

さらに7と7は7で割れるので，右の図のようになります。

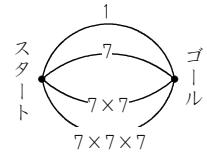
$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 28 \quad 36 \quad 84} \\ 2 \overline{) 14 \quad 18 \quad 42} \\ 3 \overline{) 7 \quad 9 \quad 21} \\ 7 \overline{) 7 \quad 3 \quad 7} \\ \hline 1 \quad 3 \quad 1 \end{array}$$

最小公倍数は左と下のかけ算なので，
 $2 \times 2 \times 3 \times 7 \times 1 \times 3 \times 1 = 252$ になります。

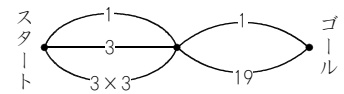
基本 7

ワンポイント 道の通り方の問題に直して考えましょう。

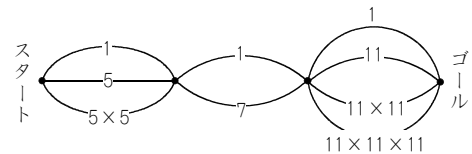
- (1) 1の道, 7の道, 7×7 の道, $7 \times 7 \times 7$ の道の4通りの通り方があるので, 約数も 4 個あります。



- (2) 3については, 1の道, 3の道, 3×3 の道の3本があり, 19については, 1の道, 19の道の2本がありますから, 全部で $3 \times 2 = 6$ (通り) の通り方があるので, 約数も 6 個あります。



- (3) 5については, 1の道, 5の道, 5×5 の道の3本があり, 7については, 1の道, 7の道の2本があり, 11については, 1の道, 11の道, 11×11 の道, $11 \times 11 \times 11$ の4本の道がありますから, 全部で, $3 \times 2 \times 4 = 24$ (通り) の通り方があるので, 約数も 24 個あります。

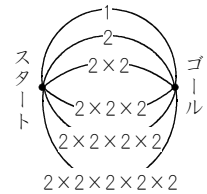


基本 8

ワンポイント 素因数分解して，道の通り方の問題に直して考えましょう。

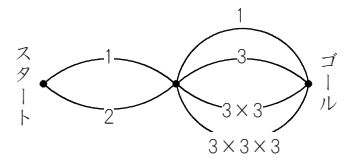
- (1) 32 を素因数分解すると， $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$ です。

右の図のようになるので，約数は **6** 個あります。



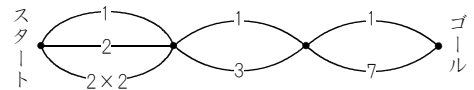
- (2) 54 を素因数分解すると， $2 \times 3 \times 3 \times 3$ です。

右の図のようになるので，約数は $2 \times 4 =$ **8** (個) あります。



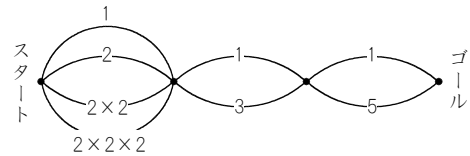
- (3) 84 を素因数分解すると， $2 \times 2 \times 3 \times 7$ です。

右の図のようになるので，約数は，
 $3 \times 2 \times 2 =$ **12** (個) あります。



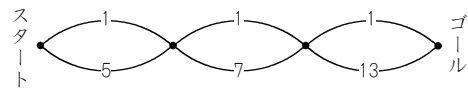
- (4) 120 を素因数分解すると， $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5$ です。

右の図のようになるので，約数は，
 $4 \times 2 \times 2 =$ **16** (個) あります。



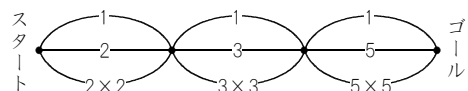
- (5) 455 を素因数分解すると， $5 \times 7 \times 13$ です。

右の図のようになるので，約数は，
 $2 \times 2 \times 2 =$ **8** (個) あります。



- (6) 900 を素因数分解すると， $2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5$ です。

右の図のようになるので，約数は，
 $3 \times 3 \times 3 =$ **27** (個) あります。



基本 9

ワンポイント それぞれ，整数に関する基礎的な問題です。できなかったら類題を復習しましょう。

- (1) 約数が3個である整数は，「素数の平方数」です。

素数は，2，3，5，7，11，13，…ですから，素数の平方数は，
 $2 \times 2 = 4$ ， $3 \times 3 = 9$ ， $5 \times 5 = 25$ ， $7 \times 7 = 49$ ， $11 \times 11 = 121$ ， $13 \times 13 = 169$ ，…です。

よって，約数が3個である2けたの整数は，**25**，**49**です。

- (2) 問題の内容を連除法で表すと，右の図のようになります。

$$\begin{array}{r|l} 12 & A \quad 48 \\ & \hline & \text{ア} \quad \text{イ} \end{array} \rightarrow 720$$

イは $48 \div 12 = 4$ で， $12 \times \text{ア} \times \text{イ} = 720$ ですから，アは，
 $720 \div 12 \div \text{イ} = 720 \div 12 \div 4 = 15$ です。

$A \div 12 = \text{ア}$ ですから， $A = \text{ア} \times 12 = 15 \times 12 = \mathbf{180}$ です。

- (3) 「 $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8$ 」の中の，「 $1 \times$ 」の部分はなくとも同じなので省略すると，「 $2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8$ 」となります。この式の4を 2×2 に，6を 2×3 に，8を $2 \times 2 \times 2$ に素因数分解すると，「 $2 \times 3 \times \underbrace{2 \times 2}_4 \times 5 \times \underbrace{2 \times 3}_6 \times 7 \times \underbrace{2 \times 2 \times 2}_8$ 」となります。

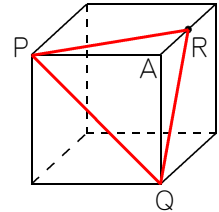
この式の中に2は7個あるので，2で7回わることができ，**8**回目ではじめて商が整数でなくなることがわかります。

基本 10

ワンポイント 切り口の線を書けたら、ほとんど解けたも同然です。

- (1) 切り口の線は右の図のようになり、Aをふくむ立体は三角すい
です。

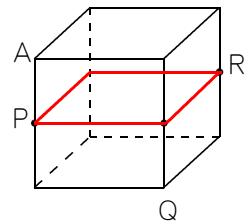
立方体の一辺は6cmで、Rは辺の真ん中にあるのでARの長さは、 $6 \div 2 = 3$ (cm) です。



よって、Aをふくむ立体の底面を三角形ARPにすると、
底面積は $6 \times 3 \div 2 = 9$ (cm²) です。

高さはAQなので6cmですから、体積は、 $9 \times 6 \times \frac{1}{3} = 18$ (cm³) です。

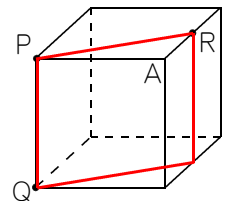
- (2) 切り口の線は右の図のようになり、Aをふくむ立体は直方体
で、PやRが辺の真ん中ですから、立方体全体の体積の半分で
す。



立方体の体積は $6 \times 6 \times 6 = 216$ (cm³) ですから、Aをふくむ立体
の体積は、 $216 \div 2 = 108$ (cm³) です。

- (3) 切り口の線は右の図のようになり、Aをふくむ立体は三角柱
です。

三角柱の底面は三角形ARPですから、底面積は $6 \times 3 \div 2 = 9$
(cm²) です。



三角柱の高さは6cmですから、三角柱の体積は、 $9 \times 6 = 54$ (cm³)
です。

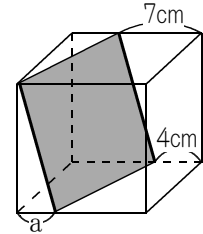
基本 11

ワンポイント 平行な面の切り口の線も平行ですから、「ななめのたかむき」も同じです。

- (1) 右の図の2本の太線は、立方体の前の面と後ろ目の面にある切り口の線です。

後ろの面にある切り口の線は、線がまっすぐ下にならなく、 $7-4=3$ (cm) かたむいています。

よって前の面にある切り口の線も3cmかたむくので、aは3cmです。



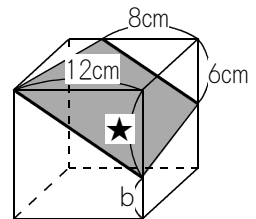
- (2) 右の図の2本の太線は、立方体の前の面と後ろの面にある切り口の線です。

後ろの面にある切り口の線は、「横：たて」は $8:6=4:3$ です。

平行な面では切り口の線も平行なので、前の面にある切り口の線も、「横：たて」は $4:3$ になります。

よって★の長さは、 $12 \div 4 \times 3 = 9$ (cm) です。

b は、 $12 - 9 = 3$ (cm) です。



- (3) 右の図の2本の太線は、立方体の右の面と左の面にある切り口の線です。

アは $12 - 6 = 6$ (cm) なので、右の面にある切り口の線の「たて：横」は、 $ア:9=6:9=2:3$ です。

よって、左の面にある切り口の線の「たて：横」も $2:3$ になり、横は12cmなので、c は $12 \div 3 \times 2 = 8$ (cm) です。

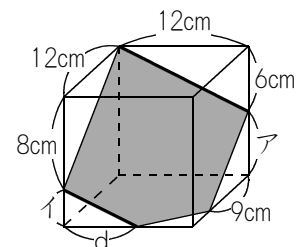
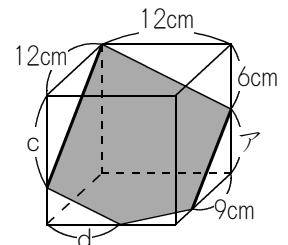
右の図の2本の太線は、立方体の前の面と後ろの面にある切り口の線です。

後ろの面にある切り口の線の「横：たて」は、 $12:6=2:1$ です。

よって、前の面にある切り口の線の「横：たて」も、 $2:1$ です。

イは $12 - 8 = 4$ (cm) ですから、d は $4 \div 1 \times 2 = 8$ (cm) です。

c は8cm、d も8cmであることがわかりました。



基本 12

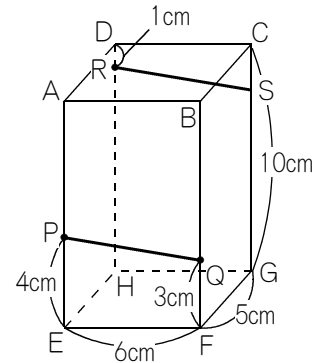
ワンポイント 平行な面の切り口の線も平行ですから、「ななめのたかむき」も同じです。

- (1) P から Q までは、前の面を通っているので切り口の線を書いて OK です。

よって R から、後ろの面に P Q と平行に切り口の線を書くことになります。

P から Q に切り口の線を書いたとき、 $4 - 3 = 1$ (cm) だけ下がるように書きましたから、R から S に切り口の線を書くときも、1 cm だけ下がるように書くことになり、C S の長さは、 $1 + 1 = 2$ (cm) です。

よって G S の長さは、 $10 - 2 = 8$ (cm) です。



- (2) (1)で、G S の長さは 8 cm であることがわかりました。

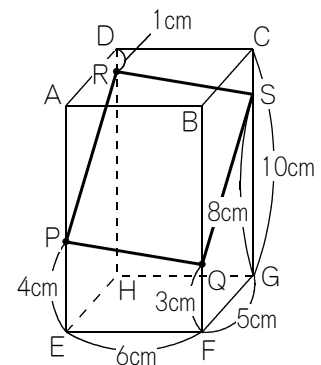
頂点 F をふくむ方の立体は、切り口よりも下の方の立体です。

底面を E F G H にすると、底面積は、 $5 \times 6 = 30$ (cm²) です。

高さは、「平均」の考え方で求めます。

E P と G S の平均でよいので、 $(4 + 8) \div 2 = 6$ (cm) が、頂点 F をふくむ方の立体の高さです。

底面積が 30 cm²、高さが 6 cm ですから、頂点 F をふくむ方の立体の体積は、 $30 \times 6 = 180$ (cm³) です。



練習 1

ワンポイント 全体の仕事量と，A 1 台 1 分，B 1 台 1 分の仕事量を決めます。

A を 15 台使うと 1 時間 20 分 = 80 分かかるのですから，全部で， $80 \times 15 = 1200$ (分)
A を動かして，仕事が終わりました。

B を 10 台使うと 1 時間 30 分 = 90 分かかるのですから，全部で， $90 \times 10 = 900$ (分)
B を動かして，仕事が終わりました。

全体の仕事量を，1200 と 900 の最小公倍数である 3600 にします。

A は 1200 分で 3600 をするので，1 分あたり $3600 \div 1200 = 3$ ずつ仕事をします。

B は 900 分で 3600 をするので，1 分あたり $3600 \div 900 = 4$ ずつ仕事をします。

整理すると，右の表のようになります。

全体 = 3600
A 1 台 1 分 = 3 ずつ
B 1 台 1 分 = 4 ずつ

A を 10 台，B を 5 台使うと，1 分あたり $3 \times 10 + 4 \times 5 = 50$
ずつ仕事をすることができますから，全体量である 3600 の
仕事をするのに， $3600 \div 50 = 72$ (分) → **1 時間 12 分** かかります。

練習 2 (1)

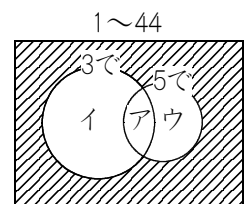
ワンポイント このような問題の解き方は、3つあります。

①ベン図を利用する ②最小公倍数を利用する ③びっくり公式を利用する

どの解き方にしても、45を素因数分解して、 $3 \times 3 \times 5$ とします。
素因数分解の中に出てくる数は、3と5です。

①ベン図を利用する

右の図のしゃ線部分の個数が、既約分数の個数にあたります。



アは、3と5の最小公倍数である15でわり切れる部分ですから、
 $44 \div 15 = 2$ あまり 14 により、2個あります。

3でわり切れる数は、 $44 \div 3 = 14$ あまり 2 により14個ありますから、イは
 $14 - 2 = 12$ (個)です。

5でわり切れる数は、 $44 \div 5 = 8$ あまり 4 により8個ありますから、ウは
 $8 - 2 = 6$ (個)です。

よって、(ア+イ+ウ)の部分は $2 + 12 + 6 = 20$ (個)ですから、しゃ線部分の個数は、
 $44 - 20 = 24$ (個)あり、既約分数は **24** 個あることがわかりました。

②最小公倍数を利用する

3と5の最小公倍数は15ですから、 $\frac{1}{45}$ から $\frac{15}{45}$ までの分数の中に、既約分数が何個あるかを求めます。

$\frac{1}{45}, \frac{2}{45}, \frac{4}{45}, \frac{7}{45}, \frac{8}{45}, \frac{11}{45}, \frac{13}{45}, \frac{14}{45}$ が既約分数ですから、8個あります。

$\frac{45}{45}$ までの中には $45 \div 15 = 3$ (セット)ありますから、既約分数は、 $8 \times 3 = \mathbf{24}$ (個)あります。

(次のページへ)

- ③ 1より小さい既約分数の個数を求めるときに、次のようなびっくり公式があります。

分母を素因数分解すると3, 5が登場するときは,

$$1より小さい既約分数の個数 = 分母 \times \left(1 - \frac{1}{3}\right) \times \left(1 - \frac{1}{5}\right)$$

素因数分解したときに登場する数によって、公式を変えます。

この問題では分母が45ですから,

$$45 \times \left(1 - \frac{1}{3}\right) \times \left(1 - \frac{1}{5}\right) = 45 \times \frac{2}{3} \times \frac{4}{5} = \textcolor{red}{24}(\text{個})\text{となります。}$$

なぜこの公式で既約分数の個数が求められるかは、難しいので解説しません。

練習 2 (2)

ワンポイント 連除法で解きましょう。

右の図のようになるので、 $8 \times \text{ア} \times \text{イ} = 192$ です。

よって、 $\text{ア} \times \text{イ} = 192 \div 8 = 24$ です。

$$\begin{array}{r} 8 \overline{) \quad \text{A} \quad \text{B}} \\ \underline{\quad \text{ア} \quad \text{イ}} \end{array} = 192$$

また、BはAより大きいので、イはアより大きいです。

(ア, イ)の積が24で、イがアより大きいような(ア, イ)は、(1, 24), (2, 12), (3, 8), (4, 6)が考えられます。

(ア, イ) = (1, 24)のときは、 $A = 1 \times 8 = 8$ になり、AもBも2けたであるという条件に反するので、ダメです。

$$\begin{array}{r} 8 \overline{) \quad \text{A} \quad \text{B}} \\ \underline{\quad 1 \quad 24} \end{array} = 192$$

(ア, イ) = (2, 12)のときは、2も12も2でわり切れるので、最大公約数が8ではなくなるので、ダメです。

$$\begin{array}{r} 8 \overline{) \quad \text{A} \quad \text{B}} \\ \underline{\quad 2 \quad 12} \end{array} = 192$$

(ア, イ) = (3, 8)のときは、 $A = 3 \times 8 = 24$, $B = 8 \times 8 = 64$ になり、OKです。

$$\begin{array}{r} 8 \overline{) \quad \text{A} \quad \text{B}} \\ \underline{\quad 3 \quad 8} \end{array} = 192$$

よって、Aは24、Bは64です。

(ア, イ) = (4, 6)のときは、4も6も2でわり切れるので、最大公約数が8ではなくなるので、ダメです。

$$\begin{array}{r} 8 \overline{) \quad \text{A} \quad \text{B}} \\ \underline{\quad 4 \quad 6} \end{array} = 192$$

練習 2 (3)

ワンポイント 約数が4個である整数は，どんな整数でしょう。

約数が4個の整数は，「素数の立方数」か，「素数×別の素数」です。

1から20までのうち，「素数の立方数」は， $2 \times 2 \times 2 = 8$ のみです。…(ア)
($3 \times 3 \times 3 = 27$ では，20をオーバーしてしまいます。)

また，「素数×別の素数」は，「2×別の素数」，「3×別の素数」，「5×別の素数」，…
のように，場合分けして求めます。

「2×別の素数」の場合は， $2 \times 3 = 6$ ， $2 \times 5 = 10$ ， $2 \times 7 = 14$ です。…(イ)
($2 \times 11 = 22$ では，20をオーバーしてしまいます。)

「3×別の素数」の場合は， $3 \times 5 = 15$ です。…(ウ)
($3 \times 7 = 21$ では，20をオーバーしてしまいます。)

「5×別の素数」の場合は， $5 \times 7 = 35$ でも20をオーバーしてしまいますから，これ以上はありません。

(ア)は8，(イ)は6，10，14，(ウ)は15ですから，答えは **6, 8, 10, 14, 15**です。

注意 「小さい順にならべて答えなさい」とは書いていないので，求めた順番に，
8，6，10，14，15と答えてもOKですが，できる限り整理して答えましょう。
ただし，小さい順にならべかえるときに写し間違えることのないように注意しましょう。

練習 3 (1)

ワンポイント 平行な平面にできる2本の切り口の線は平行になります。

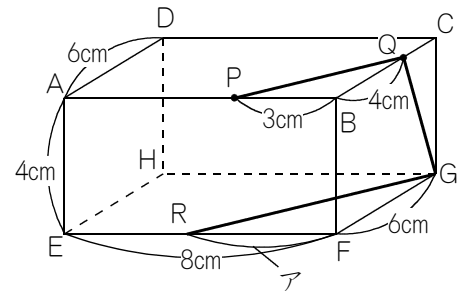
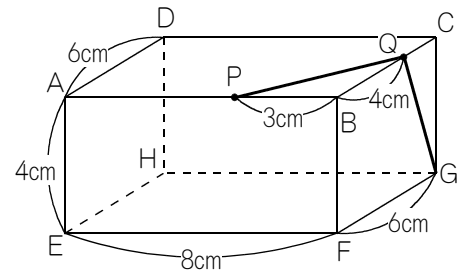
P から Q まで切り口の線を引くことができ、
Q から G まで切り口の線を引くことができます。

直方体の上の面と下の面は平行ですから、
切り口の線も平行になります。

上の面には、切り口の線 P Q がありますから、
下の面にも、P Q と平行になるように、G から
切り口の線を引きます。

P Q は「たて：横」が 4 : 3 になっていますから、
G R も「たて：横」は 4 : 3 です。

G F : F R が 4 : 3 で、G F は 6 cm ですから、
F R は、 $6 \div 4 \times 3 = 4.5$ (cm) です。

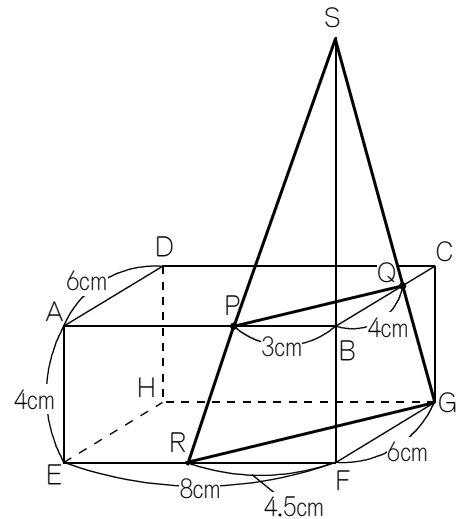


練習 3 (2)

ワンポイント 頂点Bをふくむ立体は、「三角すい台」です。

右の図のように直線3本をのばして、ぶつかった点をSとすると、三角すいSRFGができます。

頂点Bをふくむ立体の体積は、三角すいSRFGの体積から、三角すいSPBQを引いた残りの体積です。

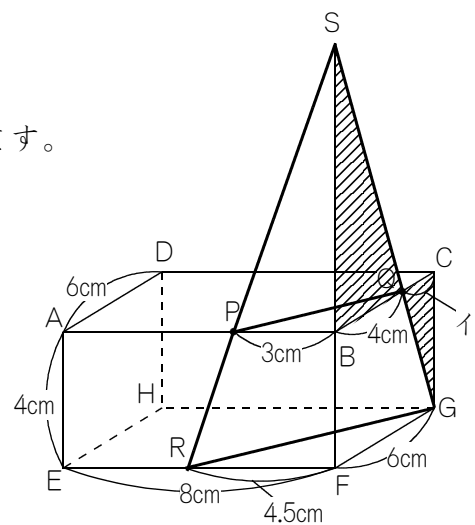


右の図のしゃ線をつけた部分はクロス形になっています。

イの長さは $6 - 4 = 2$ (cm) ですから、
 $BQ : CQ = 4 : 2 = 2 : 1$ です。

よって、 $SB : GC$ も $2 : 1$ になり、 GC は 4 cm
 ですから、 $SB = 4 \times 2 = 8$ (cm) です。

頂点Bをふくむ立体の体積
 $=$ 三角すいSRFG $-$ 三角すいSPBC
 $= 4.5 \times 6 \div 2 \times (8 + 4) \times \frac{1}{3} - 3 \times 4 \div 2 \times 8 \times \frac{1}{3}$
 $= 54 - 16$
 $= 38$ (cm³) です。



練習 4 (1)

ワンポイント 計算のしかたをマスターしましょう。

1, 2, 3, ..., 50 の数の中で,
2, 4, 6, ... が, 2 でわり切れます。
 $50 \div 2 = 25$ ですから, 2 でわり切れる数は,
25 個あります。

$$1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times \cdots \times 49 \times 50$$

2 で 25 回わったあとは, 右のよう
になります。

$$1 \times \overset{1}{\cancel{2}} \times 3 \times \overset{2}{\cancel{4}} \times 5 \times \overset{3}{\cancel{6}} \times \cdots \times 49 \times \overset{25}{\cancel{50}}$$

新しく, 1, 2, ..., 25 という数が
あらわれました。

$25 \div 2 = 12$ あまり 1 ですから, 新しくあらわれた数の中で, 2 でわり切れる数は 12 個
あります。

さらに新しく, 1, 2, ..., 12 という数があらわれました。

$12 \div 2 = 6$ ですから, さらに新しくあらわれた数の中で, 2 でわり切れる数は 6 個あり
ます。

このように考えて整理していくと, 右の図の
ようになります。

2 でわり切れる回数は, 全部で,
 $25 + 12 + 6 + 3 + 1 = 47$ (回) です。

$$\begin{array}{rcl} 50 \div 2 & = & 25 \\ 25 \div 2 & = & 12 \text{ あまり } 1 \\ 12 \div 2 & = & 6 \\ 6 \div 2 & = & 3 \\ 3 \div 2 & = & 1 \text{ あまり } 1 \end{array}$$

ですから, $47 + 1 = 48$ (回目) に, 2 でわり切れなくなります。

反復問題(練習) 4 (2)

ワンポイント 慣れるまでは意味をよく考えて解き，慣れたら機械的に解きましょう。

まず，次のような超簡単な問題から解説します。

問題

10570000000 は，一の位から連続して「0」が何個ならびますか。

単純に一の位から並んでいる0の数をかぞえればよいので，答えは7個になります。
では，次の問題はどうぞでしょう。

問題

10570000000 は，10 で何回わり切れますか。

10 で1回ずつわっていくと，右はしの0が1個ずつなくなっていくので，7回われば1057 となり，それ以上わり切れなくなります。よって，答えは7回です。

つまり，「一の位から連続して0が何個ならびますか。」という問題は，
「10 で何回わり切れますか。」という問題と，同じことになります。

さて，「10 である」というのは， $10 = 2 \times 5$ ですから，「2 でわって，さらに5 である。」
ことと同じです。

たとえば，3628800 という数が，2 で8回わり切れて，5 で2回わり切れることがわか
っているとします。

次のようなイメージです。

3628800	┌	2 で	...	○○○○○○○○	(8回)
		5 で	...	○○	(2回)

それでは，3628800 という数は，「2 でわって，さらに5 である」ということを，何回
できるでしょうか。

実は，2回しかできません。

まず1回目，2 でわって5 であると，次のようになります。

3628800	┌	2 で	...	×○○○○○○○	(あと7回)
		5 で	...	×○	(あと1回)

もう一度，2 でわって5 であると，次のようになります。

3628800	┌	2 で	...	××○○○○○	(あと6回)
		5 で	...	××	(あと0回)

(次のページへ)

つまり、いくら2でわることが多く残っていたとしても、もう5でわることは不可能なので、「2でわって、さらに5でわる」ことは、2回しかできません。

ようするに、「2でわって、さらに5でわる」ことは、「2でわり切れる回数」と、「5でわり切れる回数」のうち、少ない回数の方しかできないことになります。

では、 $A = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \cdots \times 49 \times 50$ について、考えてみましょう。

Aが2で何回わるかは、(1)の問題と同様に計算することができます。

$$\begin{aligned} 50 \div 2 &= 25 \\ 25 \div 2 &= 12 \text{ あまり } 1 \\ 12 \div 2 &= 6 \\ 6 \div 2 &= 3 \\ 3 \div 2 &= 1 \text{ あまり } 1 \end{aligned}$$

合計、 $25 + 12 + 6 + 3 + 1 = 47$ (回)、2でわることができす。

次に、Aが5で何回わるかを、求めてみましょう。

$$\begin{aligned} 50 \div 5 &= 10 \\ 10 \div 5 &= 2 \end{aligned}$$

合計、 $10 + 2 = 12$ (回)、5でわることができす。

結局、Aは2で47回、5で12回、わることができました。

「2でわって、さらに5でわる」ことは、少ない回数の方しかできないので、12回しかできません。

よって、Aは一の位から連続して「0」が12個ならんでいることがわかりました。

ところで、答えを求めるときに、「2で何回わるか」と、「5で何回わるか」の、両方を計算して、少ない方である「5で何回わるか」の回数の方を答えにしました。

しかし、この問題のような、「 $1 \times 2 \times \cdots \times N$ 」の0がならぶ個数を求める問題の場合は、いつも必ず「2でわれる回数」よりも「5でわれる回数」の方が少ないので、「2でわれる回数」を求めることはしなくてOKです。

この問題の解き方を整理すると、右の図のようになります。

0が何個ならぶか
||
10で何回わるか
||
2と5で何回わるか
||
5で何回わるか

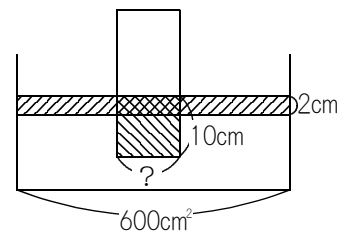
反復問題(練習) 5 (1)

ワンポイント なぜ水面が上がったかを考えましょう。

はじめ, 20 cmの深さまで水が入っていましたが, 棒を入れると, 水の深さは22cmになりました。

$22 - 20 = 2$ (cm) 水面が上がった理由は, 棒を水の中に入れたからです。

容器の底面積は 600 cm^2 ですから, 水面が上がった部分の体積は, $600 \times 2 = 1200 \text{ (cm}^3\text{)}$ です。



よって, 棒を 1200 cm^3 だけ水中に入れたことになります。

棒は 10 cmの深さだけ水中に入れたときに, 棒を 1200 cm^3 入れたことになったのですから, 棒の底面積は, $1200 \div 10 = 120 \text{ (cm}^2\text{)}$ です。

反復問題(練習) 5 (2)

ワンポイント 求め方は2種類あります。どちらも理解しましょう。

解き方1 水面が上がった部分の体積と、水中の棒の体積が等しいことを利用して解きます。

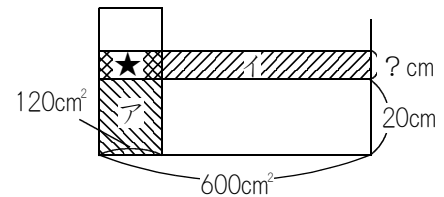
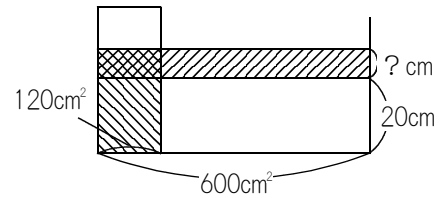
右の図のしゃ線部分  と  が等しいことになりますから、

右の図の「ア+★」と「イ+★」が等しいので、「ア=イ」となります。

アの体積は、 $120 \times 20 = 2400 \text{ (cm}^3\text{)}$ ですから、イの体積も 2400 cm^3 です。

イの底面積は $600 - 120 = 480 \text{ (cm}^2\text{)}$ ですから、？は、 $2400 \div 480 = 5 \text{ (cm)}$ です。

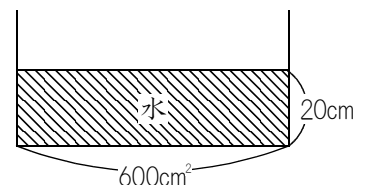
よって、水の深さは $20 + 5 = 25 \text{ (cm)}$ になりました。



解き方2 「水の体積は変わらない」ことを利用して解きます。

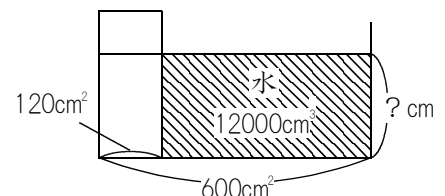
はじめ、水は 20 cm の深さまで入っていました。

よって水の体積は、 $600 \times 20 = 12000 \text{ (cm}^3\text{)}$ です。



棒を入れても、水の体積は 12000 cm^3 のままです。

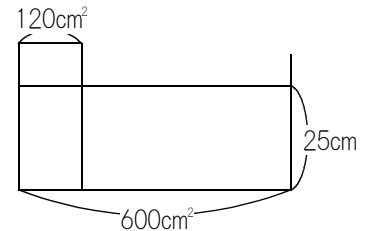
水の入っている部分の底面積は、 $600 - 120 = 480 \text{ (cm}^2\text{)}$ になりましたから、水の深さは、 $12000 \div 480 = 25 \text{ (cm)}$ になりました。



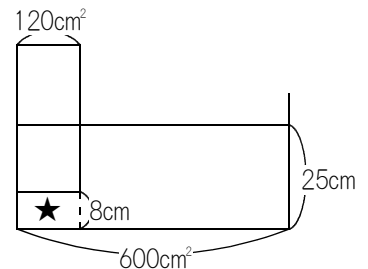
反復問題(練習) 5 (3)

ワンポイント ひとつことこの体積が等しいかをしっかり理解しましょう。

棒を下まで入れたときの水の深さは25 cmであることが、(2)でわかっています。



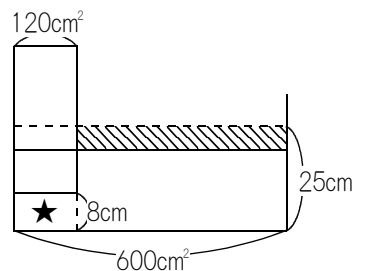
棒をまっすぐに8 cm引き上げると右の図のようになりますが、★の部分には水が入ってきます。



そのぶん、水面は下がるので、★の部分の体積と、右の図のしゃ線部分の体積は同じです。

★の部分の体積は、 $120 \times 8 = 960 \text{ (cm}^3\text{)}$ ですから、しゃ線部分の体積も 960 cm^3 です。

しゃ線部分の底面積は、 $600 - 120 = 480 \text{ (cm}^2\text{)}$ ですから、しゃ線部分の高さは、 $960 \div 480 = 2 \text{ (cm)}$ です。



よって水の深さは引き上げる前の深さである25 cmよりも2 cm下がって、 $25 - 2 = 23 \text{ (cm)}$ になります。

反復問題(練習) 6 (1)

ワンポイント 入場口1か所1分あたりを 1 にして解いていきます。

入場口1か所1分あたりを 1 にします。

この問題では、入場口を2か所にすると1時間＝60分で行列がなくなったそうです。

入場口2か所60分あたりなら、 $2 \times 60 =$ 120 です。

この 120 という人数は、はじめに並んでいた行列の人数だけではありません。

入場開始から60分たっている間に、行列に人が並びました。その、並んだ人たちも入場していったはずです。

毎分3人の割合で行列に人が加わりますから、60分では、 $3 \times 60 = 180$ (人)が、入場開始のあとに行列に加わりました。

よって、60分で入場したのは、はじめの人数と、あとから加わった180人の合計です。

はじめの人数 + 180人 = 120 ということになります。…(ア)

また、入場口を5か所にすると、20分で行列がなくなったそうです。

入場口5か所20分あたりは、 $5 \times 20 =$ 100 です。

この 100 という人数も、はじめに並んでいた行列の人数だけではありません。

入場開始から20分たっている間に、行列に人が並びました。その、並んだ人たちも入場していったはずです。

毎分3人の割合で行列に人が加わりますから、20分では、 $3 \times 20 = 60$ (人)が、入場開始のあとに行列に加わりました。

よって、20分で入場したのは、はじめの人数と、あとから加わった60人の合計です。

はじめの人数 + 60人 = 100 ということになります。…(イ)

(ア)と(イ)をくらべると、 $180 - 60 = 120$ (人)が、 $120 - 100 =$ 20 にあたります。

はじめの人数 + 180人 = 120 …(ア)

はじめの人数 + 60人 = 100 …(イ)

1 あたり、 $120 \div 20 = 6$ (人)です。

1か所の入場口から1分に何人入場したかを 1 にしたので、答えも 6 人です。

反復問題(練習) 6 (2)

ワンポイント (1)でわかったこと, わかることを整理すれば, (2)を解くことができます。

(1)で, 入場口1か所あたり毎分6人ずつ入場することがわかりました。

右の表の1あたりが6人ということですから, (ア)の式の120は, $6 \times 120 = 720$ (人)です。

はじめの人数 + 180人 =	120	…(ア)
はじめの人数 + 60人 =	100	…(イ)

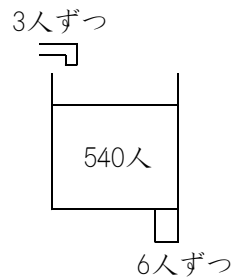
よって, はじめに行列に並んでいた人数は, $720 - 180 = 540$ (人)です。

(イ)を利用しても, はじめに行列に並んでいた人数は $6 \times 100 - 60 = 540$ (人)であることがわかります。

水そう図にして整理すると, 右の図のようになります。

もし入場口が1か所だけだったら, $540 \div (6 - 3) = 180$ (分)で行列はなくなります。

もし入場口が2か所だったら, $540 \div (6 \times 2 - 3) = 60$ (分)で行列はなくなります。



いま, 入場口は何か所なのかはわかりませんが, 行列を9分以内になくしたいそうです。

ぴったり9分で行列をなくすための入場口の数を□とすると, $540 \div (6 \times \square - 3) = 9$ という式になりますから, 逆算をして, $540 \div 9 = 60$ $60 + 3 = 63$ $63 \div 6 = 10.5$ となり, 入場口が10.5か所あったら, ちょうど9分で行列がなくなります。

9分以内に行列をなくすためには, 入場口を10.5か所よりも多くする必要があるのです。少なくとも 11 か所あれば, 9分以内に行列をなくすことができます。