

シリーズ5年下第14回・くわしい解説

- ・ 切り口の線は立体の表面にできて内部を通らない。
- ・ 平行な平面にできる2本の切り口の線は平行になる。
- ・ 切り口の3つの線を延長すると1点で交わる。
- ・ 相似な図形の場合，面積比は平方数の比になる。
- ・ 〃 体積比は立方数の比になる。
- ・ 立方体を切断したときの切り口の図形
 三角形，二等辺三角形，正三角形，
 台形，平行四辺形，ひし形，正方形
 五角形
 六角形，正六角形
 (直角二等辺三角形，正五角形はできない)
 (七角形，八角形，…はできない)

目 次

基本	1	(1) …p.2
基本	1	(2) …p.3
基本	1	(3) …p.4
基本	1	(4) …p.5
基本	1	(5) …p.7
基本	1	(6) …p.9
基本	2	…p.10
基本	3	…p.13
基本	4	…p.16
練習	1	…p.17
練習	2	…p.20
練習	3	…p.22
練習	4	…p.23

すぐる学習会

<https://www.suguru.jp>

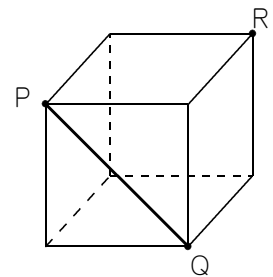
基本 1 (1)ワンポイント 切り口の線を書くときのルールがあります。しっかり身につけましょう。

切り口の線を書くときのルール

- ・ 切り口の線は立体の表面にできて内部を通らない。
- ・ 平行な平面にできる2本の切り口の線は平行になる。
- ・ 切り口の3つの線を延長すると1点で交わる。

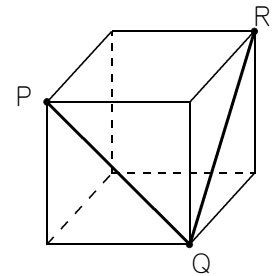
P から Q まで線を引いて O K です。

P Q は、立方体の前の面にあるからです。



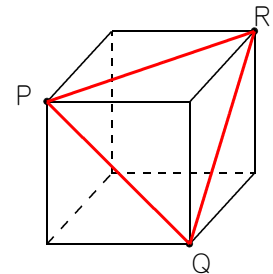
Q から R まで線を引いて O K です。

Q R は、立方体の右の面にあるからです。



R から P まで線を引いて O K です。

R P は、立方体の上の面にあるからです。



P Q R は三角形で、しかも P Q, Q R, R P の長さは等しいです。なぜなら、三辺とも立方体の正方形の面の対角線だからです。

よって、三角形 P Q R は正三角形になり、答えは オ です。

基本 1 (2)

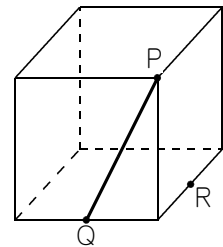
ワンポイント 切り口の線を書くときのルールがあります。しっかり身につけましょう。

切り口の線を書くときのルール

- ・ 切り口の線は立体の表面にできて内部を通らない。
- ・ 平行な平面にできる2本の切り口の線は平行になる。
- ・ 切り口の3つの線を延長すると1点で交わる。

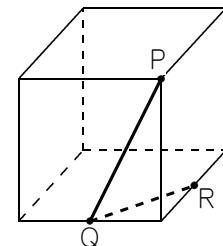
P から Q まで線を引いて OK です。

PQ は、立方体の前の面にあるからです。



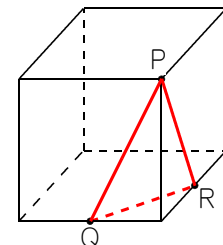
Q から R まで線を引いて OK です。

QR は、立方体の下の面にあるからです。

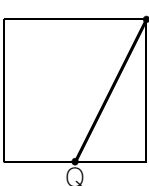
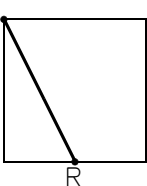


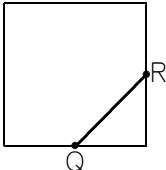
R から P まで線を引いて OK です。

RP は、立方体の右の面にあるからです。



PQR は三角形で、しかも PQ と PR の長さは等しい

です。なぜなら、 と  となっているからです。

QR は  となっているので、PQ や PR より短いのです。

よって三角形 PQR は、PQ と PR だけが同じ長さの二等辺三角形になり、答えは 1 です。

基本 1 (3)

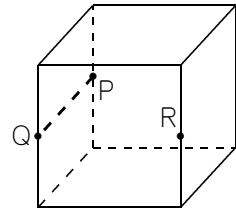
ワンポイント 切り口の線を書くときのルールがあります。しっかり身につけましょう。

切り口の線を書くときのルール

- ・切り口の線は立体の表面にできて内部を通らない。
- ・平行な平面にできる2本の切り口の線は平行になる。
- ・切り口の3つの線を延長すると1点で交わる。

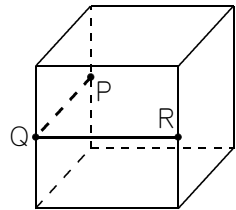
P から Q まで線を引いて O K です。

P Q は、立方体の左の面にあるからです。



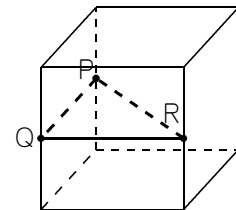
Q から R まで線を引いて O K です。

Q R は、立方体の前の面にあるからです。

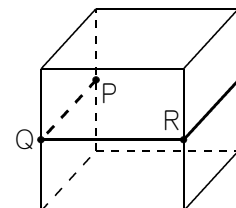


R から P までは、線を引いてはいけません。

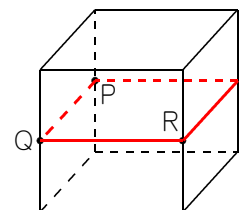
なぜなら、R P は立方体の表面をとおらず、内部を
通っているからです。



そこで、「平行な面は切り口の線も平行」というルールを
利用します。左の面と右の面は平行ですから、切り口の線
も平行になるように、R から線を引きます。



さらに、前の面と後ろの面は平行ですから、切り口の線も
平行になるように、P から線を引きます。



できた形は、上の面や下の面とまったく同じですから、
正方形です。よって答えは サ です。

基本 1 (4)

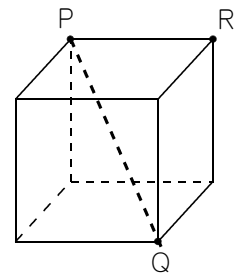
ワンポイント 切り口の線を書くときのルールがあります。しっかり身につけましょう。

切り口の線を書くときのルール

- ・ 切り口の線は立体の表面にできて内部を通らない。
- ・ 平行な平面にできる2本の切り口の線は平行になる。
- ・ 切り口の3つの線を延長すると1点で交わる。

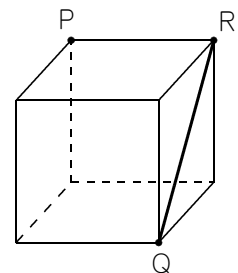
P から Q まで線を引いてはいけません。

なぜなら、R P は立方体の表面をとおらず、内部を
通っているからです。



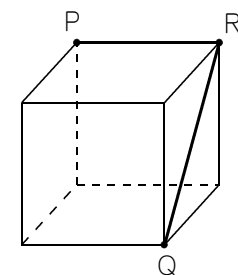
Q から R まで線を引いて O K です。

Q R は、立方体の右の面にあるからです。

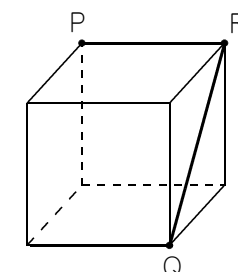


R から P まで線を引いて O K です。

立方体の辺そのものだからです。



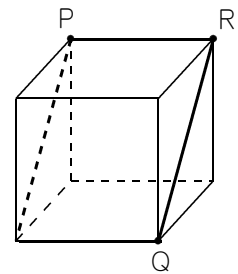
P R と平行になるように、Q から線を引き、



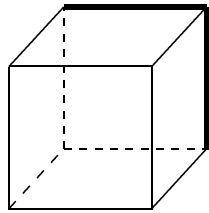
(次のページへ)

QRと平行になるように、Pから線を引きます。

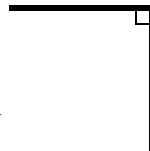
四角形ができますが、PRとRQの長さは等しくないので、この四角形は正方形ではありません。



ところで、

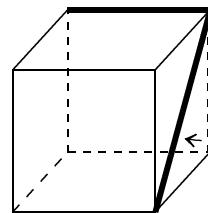


の太線

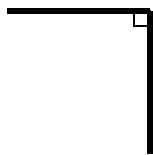


は、間の角が直角になっていること

はわかりますね。この太線を手前に回転させて

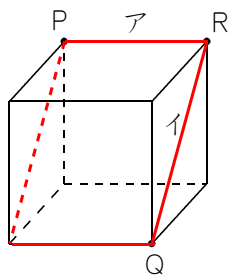


のようにしても、



を回転させただけで、間の角が直角のまま変わっていません。

よって、



のアとイの間の角は直角のままなので、この四角形は角が

直角になっているのですから、長方形です。

答えは コ です。

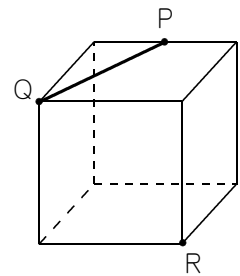
基本 1 (5)ワンポイント 切り口の線を書くときのルールがあります。しっかり身につけましょう。

切り口の線を書くときのルール

- ・切り口の線は立体の表面にできて内部を通らない。
- ・平行な平面にできる2本の切り口の線は平行になる。
- ・切り口の3つの線を延長すると1点で交わる。

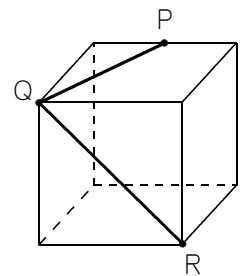
P から Q まで線を引いて O K です。

P Q は、立方体の上の面にあるからです。



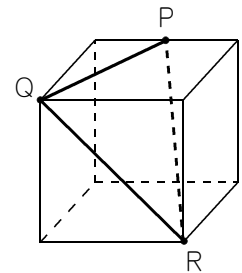
Q から R まで線を引いて O K です。

Q R は、立方体の前の面にあるからです。

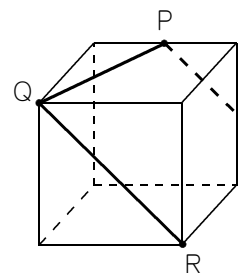


R から P まで線を引いてはいけません。

なぜなら、R P は立方体の表面を通っておらず、内部を通っているからです。

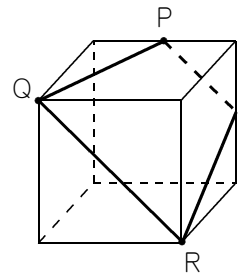


そこで、「平行な面は切り口の線も平行」というルールを利用します。前の面と後ろの面は平行ですから、切り口の線も平行になるように、P から線を引きます。



(次のページへ)

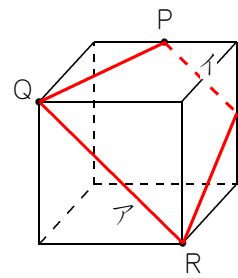
最後に点と点を結ぶと，右のような四角形になります。



右の図のアとイは平行な辺です。

平行な辺はこの1組しかないので，この四角形は台形です。

答えは **キ** です。



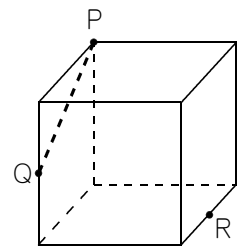
基本 1 (6)

ワンポイント 切り口の線を書くときのルールがあります。しっかり身につけましょう。

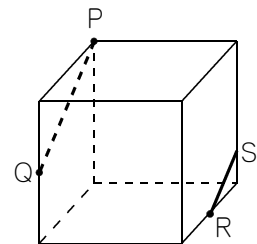
- ・切り口の線は立体の表面にできて内部を通らない。
- ・平行な平面にできる2本の切り口の線は平行になる。
- ・切り口の3つの線を延長すると1点で交わる。

P から Q まで線を引いて OK です。
P Q は、立方体の左の面にあるからです。

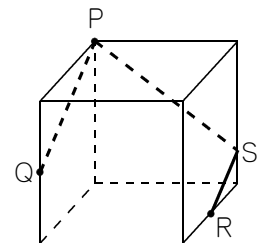
でも、Q から R、R から P は線を引いてはいけません。
立方体の内部を通るからです。



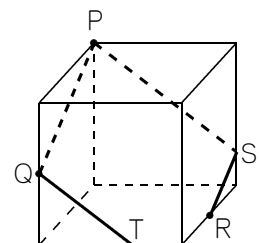
そこで、「平行な面は切り口の線も平行」というルールを利用します。右の面と左の面は平行ですから、切り口の線も平行になるように、R から線を引きます。立方体の辺とぶつかった点を S とすると、



S から P まで線を引いて OK です。
S P は、立方体の後ろの面にあるからです。

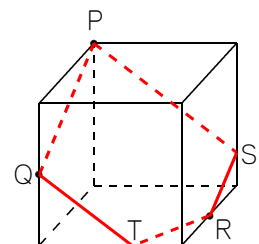


ここでまた、「平行な面は切り口の線も平行」というルールを利用します。前の面と後ろの面は平行ですから、切り口の線も平行になるように、Q から線を引きます。立方体の辺とぶつかった点を T とすると、



T から R まで線を引いて OK です。
T R は、立方体の下の面にあるからです。

これで、切り口の形は五角形になりました。
答えは シ です。



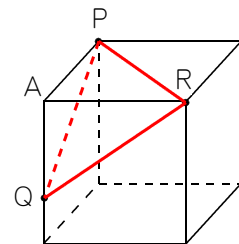
基本 2 (1)

ワンポイント 切り口の線を書くときのルールがあります。しっかり身につけましょう。

切り口の線を書くときのルール

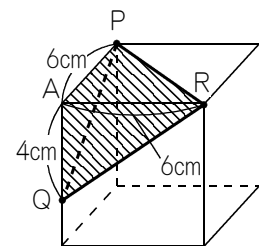
- ・ 切り口の線は立体の表面にできて内部を通らない。
- ・ 平行な平面にできる2本の切り口の線は平行になる。
- ・ 切り口の3つの線を延長すると1点で交わる。

P から Q, Q から R, R から P まで線を引いて OK です。
P Q は立方体の左の面, Q R は前の面, R P は上の面にあるからです。



頂点 A をふくむ立体は, 右の図のしゃ線のような三角すいになります。

底面を三角形 A R P にすると, 底面積は $6 \times 6 \div 2 = 18 (\text{cm}^2)$ です。



高さは 4 cm なので, 体積は, $18 \times 4 \times \frac{1}{3} = 24 (\text{cm}^3)$ です。

基本 2 (2)

ワンポイント 切り口の線を書くときのルールがあります。しっかり身につけましょう。

切り口の線を書くときのルール

- ・切り口の線は立体の表面にできて内部を通らない。
- ・平行な平面にできる2本の切り口の線は平行になる。
- ・切り口の3つの線を延長すると1点で交わる。

P から Q, P から R まで線を引いて OK です。
P Q は立方体の辺で, P R は上の面にあるからです。

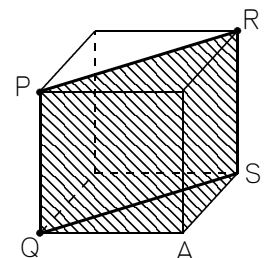
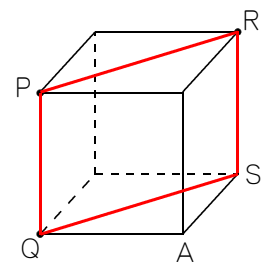
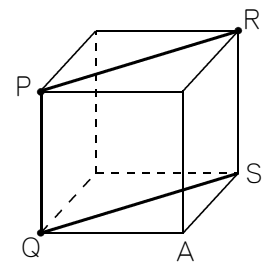
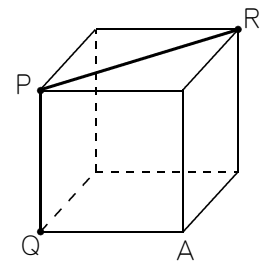
でも, Q から R は線を引いてはいけません。
立方体の内部を通るからです。

そこで, 「平行な面は切り口の線も平行」というルールを利用します。上の面と下の面は平行ですから, 切り口の線も平行になるように, Q から線を引きます。立方体の頂点とぶつかった点を S とすると,

S から R まで線を引いて OK なので, 四角形ができます。

この四角形で立方体を切ったときの, A をふくむ方の立体の体積を求める問題ですが, A をふくむ方の立体と, A をふくまない方の立体とは, まったく同じですから, 体積も同じです。

よって A をふくむ立体の方は, 立方体の体積の半分に
なりますから, $6 \times 6 \times 6 \div 2 = 108 (\text{cm}^3)$ です。



基本 2 (3)

ワンポイント 切り口の線を書くときのルールがあります。しっかり身につけましょう。

切り口の線を書くときのルール

- ・切り口の線は立体の表面にできて内部を通らない。
- ・平行な平面にできる2本の切り口の線は平行になる。
- ・切り口の3つの線を延長すると1点で交わる。

P から Q, P から R まで線を書いて OK です。
P Q は立方体の左の面, P R は立方体の辺だからです。

でも, Q から R は線を書いてはいけません。
立方体の内部を通るからです。

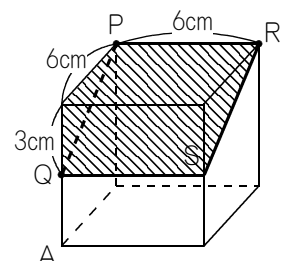
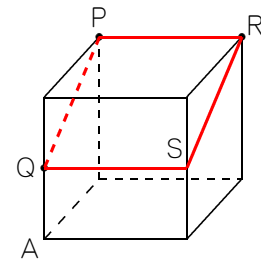
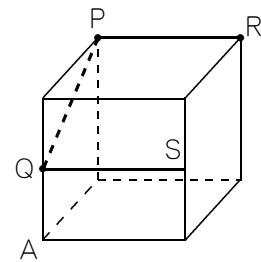
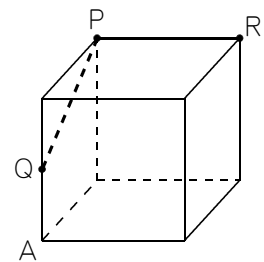
P R と平行な Q から線を引き, 立方体の辺とぶつかった
点を S とすると,

S と R を結ぶことができ, 四角形ができます。

A をふくまない方は, 三角柱です。

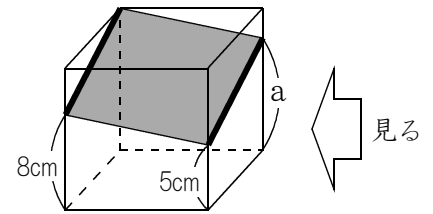
この三角柱の底面積は, $6 \times 3 \div 2 = 9 (\text{cm}^2)$ ですから, この
三角柱の体積は, $9 \times 6 = 54 (\text{cm}^3)$ です。

よって, A をふくむ方の立体の体積は, 立方体全体から
A をふくまない方の体積を引いた体積なので,
 $6 \times 6 \times 6 - 54 = 216 - 54 = 162 (\text{cm}^3)$ です。

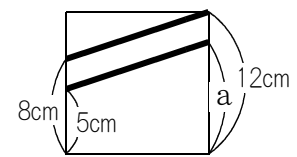


基本 3 (1)ワンポイント 「上から見る」「右から見る」「正面から見る」のどれかを利用します。

図の矢印の方向から太線部分を見ると、

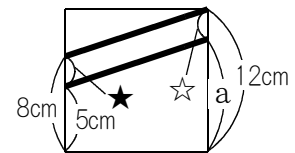


立方体の左の面と右の面は平行になっているので、
2本の太線も平行になります。



右の図の★は $8 - 5 = 3$ (cm) なので、☆も 3 cm です。

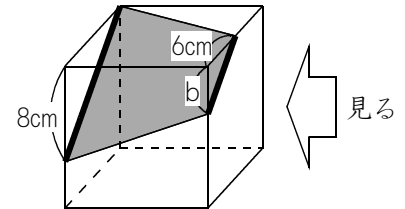
よって a は、 $12 - 3 = 9$ (cm) です。



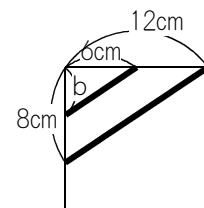
基本 3 (2)

ワンポイント 「上から見る」「右から見る」「正面から見る」のどれかを利用します。

図の矢印の方向から太線部分を見ると、

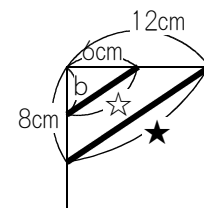


立方体の左の面と右の面は平行になっているので、
2本の太線も平行になります。



右の図の★は、「横：たて」が、 $12:8=3:2$ になっています。

☆も、「横：たて」が $3:2$ になりますから、6cmが③、bが②にあたります。



①あたり $6 \div 3 = 2$ (cm) ですから、②である b は、 $2 \times 2 = 4$ (cm) です。

基本 3 (3)

ワンポイント 「上から見る」「右から見る」「正面から見る」のどれかを利用します。

正面と後ろの面は平行ですから、右の図の2本の太線も平行です。

後ろの面にある太線は、「たて：横」が、 $8:12=2:3$ です。

よって前の面にある太線も、「たて：横」は $2:3$ になります。

6cmを②とすると、cは③にあたります。

①あたり、 $6 \div 2 = 3(\text{cm})$ ですから、③にあたるcは、 $3 \times 3 = 9(\text{cm})$ です。

また、左の面と右の面は平行ですから、図の2本の太線も平行です。

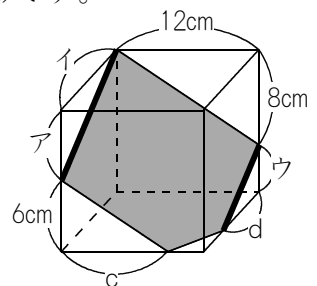
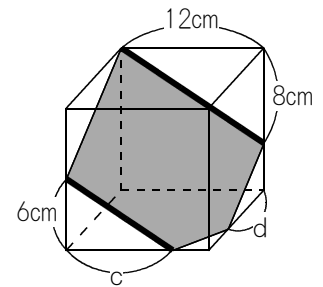
左の面にある太線は「たて：横」が、ア：イです。

$\text{ア} = 12 - 6 = 6(\text{cm})$ 、 $\text{イ} = 12\text{cm}$ ですから、 $\text{ア} : \text{イ} = 6 : 12 = 1 : 2$ です。

よって右の面にある太線も、「たて：横」は $1:2$ です。

$\text{ウ} = 12 - 8 = 4(\text{cm})$ ですから、 $d = 4 \times 2 = 8(\text{cm})$ です。

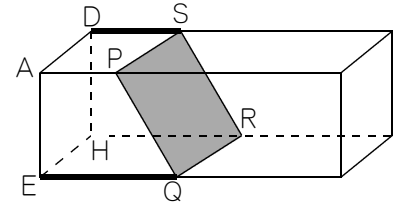
これで、 $c = 9\text{cm}$ 、 $d = 8\text{cm}$ であることがわかりました。



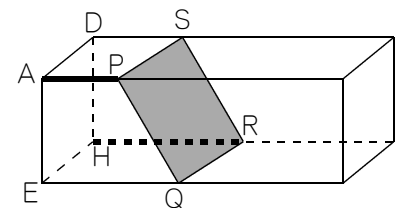
基本 4

ワンポイント 知っているとすごく役に立つ知識があります。

- (1) このように直方体を切る問題では、「 $DS + EQ$ 」と、



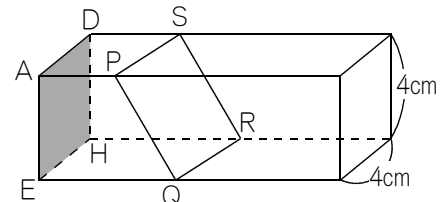
「 $AP + HR$ 」が、等しいことを利用して問題を解きます。



$DS = DC - CS = 10 - 7 = 3(\text{cm})$ ， $EQ = 4\text{cm}$ ですから、「 $DS + EQ$ 」は， $3 + 4 = 7(\text{cm})$ です。

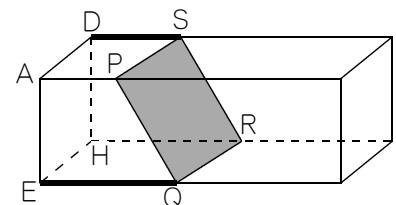
よって「 $AP + HR$ 」も 7cm になり， $AP = 2\text{cm}$ ですから， $HR = 7 - 2 = 5(\text{cm})$ です。

- (2) 頂点Aをふくむ立体の底面を，右の図のかげをつけた正方形にします。底面積は， $4 \times 4 = 16(\text{cm}^2)$ です。



立体の高さは、「 DS と EQ の平均」，または，「 AP と HR の平均」にします。

(1)で，「 $DS + EQ$ 」は 7cm であることがわかっていますから，「 DS と EQ の平均」は， $7 \div 2 = 3.5(\text{cm})$ です。



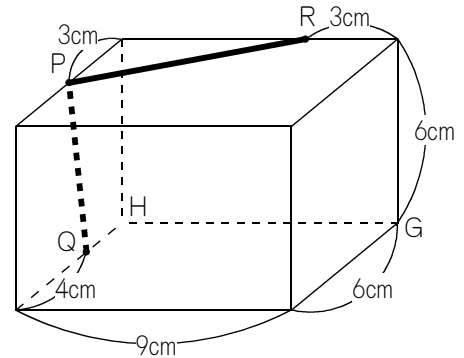
底面積は 16cm^2 で，高さは 3.5cm ですから，この立体の体積は， $16 \times 3.5 = 56(\text{cm}^3)$ です。

練習 1 (1)

ワンポイント 上の面，下の面の切り口の辺をくらべます。

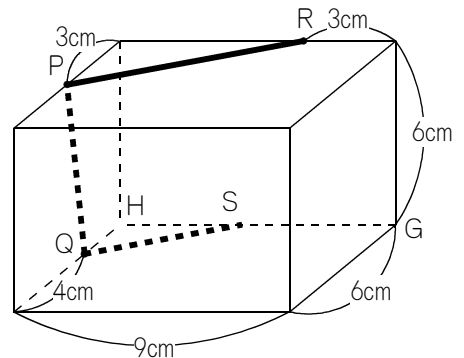
P から Q，P から R まで線を引いて OK です。
それぞれ左の面，上の面にあるからです。

Q から R まで線を引いてはいけません。
立体の内部を通るからです。

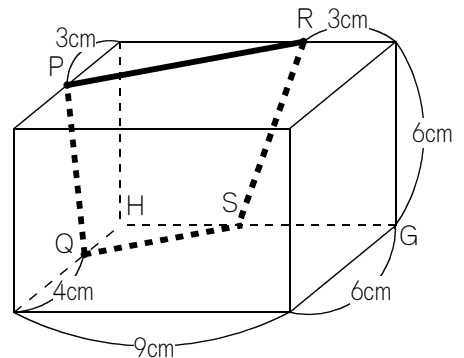


「面が平行なら，切り口の線も平行」ですから，
上の面に書いた切り口の線である P R と平行に，
下の面に Q から線を引きます。

その線が H G と交わる点を S とします。



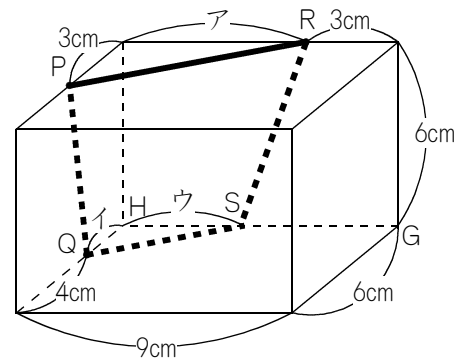
S から R までは線を引いて OK です。
後ろの面にあるからです。



右の図のアは $9 - 3 = 6$ (cm) ですから，P R の線は，
「たて：横」が， $3 : \text{ア} = 3 : 6 = 1 : 2$ です。

平行ですから，Q S の線も，「たて：横」が，
 $1 : 2$ になっています。

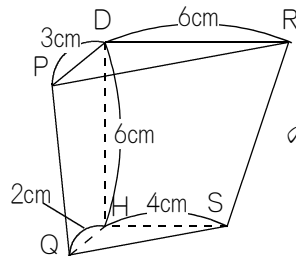
イは $6 - 4 = 2$ (cm) ですから，ウである H S の長さは，
 $2 \times 2 = 4$ (cm) です。



練習 1 (2)

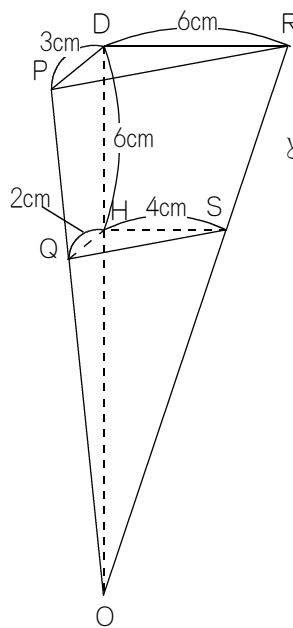
ワンポイント 「三角すい台」の体積は、「大三角すいー小三角すい」で求めます。

頂点Dをふくむ立体



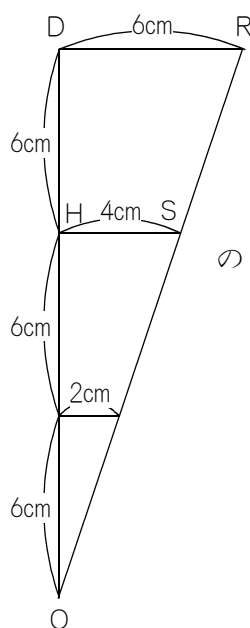
の体積を求めます。

PQ, DH, RSをのばして



として、ぶつかった点をOとすると、

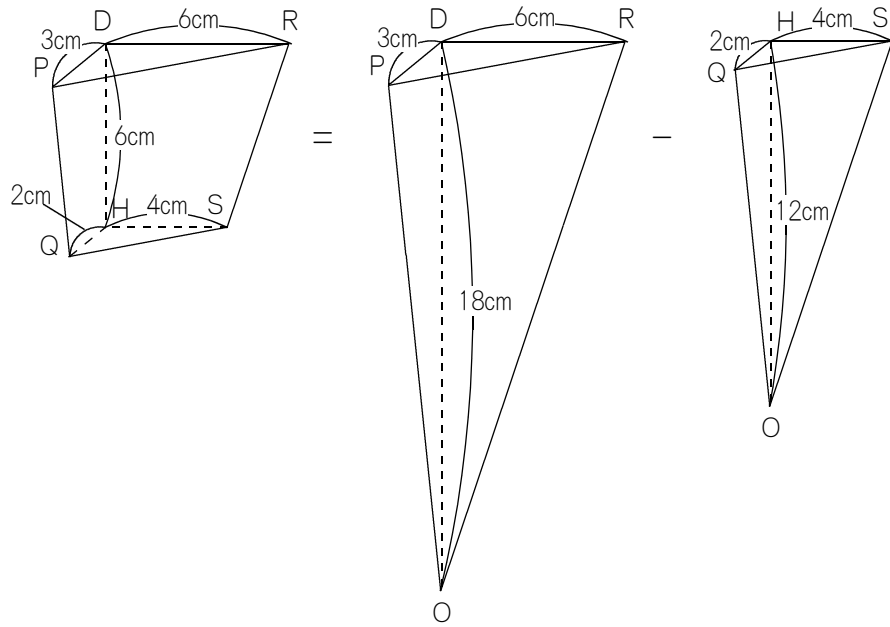
三角形DORは



のようになっているので、DOの長さは $6 \times 3 = 18$ (cm),

(次のページへ)

H O の長さは $6 \times 2 = 12$ (cm) です。



$$= 6 \times 3 \div 2 \times 18 \times \frac{1}{3} - 4 \times 2 \div 2 \times 12 \times \frac{1}{3}$$

$$= 54 - 16$$

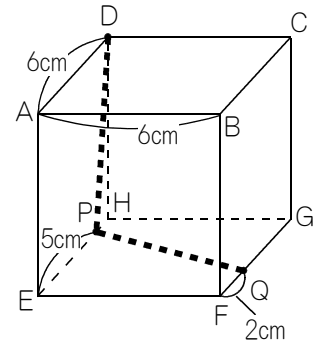
$$= 38 \text{ (cm}^3\text{)}$$

練習 2 (1)

ワンポイント 立体の高さは、「平均」にします。

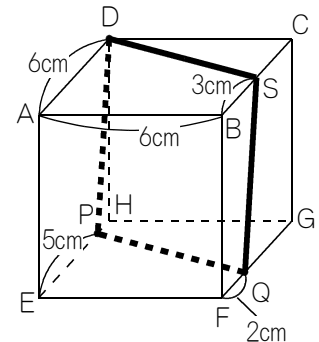
D から P, P から Q は線を引いて O K です。
それぞれ左の面, 下の面にあるからです。

D から Q は線を引いてはいけません。
立方体の内部を通っているからです。



E P は 5 cm で A D は 6 cm ですから, P より D の方が,
 $6 - 5 = 1$ (cm) だけ奥にあります。

よって F Q = 2 cm よりも 1 cm だけ奥になるように,
 $B S = 2 + 1 = 3$ (cm) となる S をとると, 右の図のよう
になります。



A をふくむ立体の底面積は正方形 A E F B なので,
 $6 \times 6 = 36$ (cm²) です。

高さは, A D と F Q の平均なので, $(6 + 2) \div 2 = 4$ (cm) です。

あるいは, E P と B S の平均でも O K で, $(5 + 3) \div 2 = 4$ (cm) です。

底面積は 36 cm² で高さは 4 cm ですから, 体積は $36 \times 4 = 144$ (cm³) です。

練習 2 (2)

ワンポイント 「全小大差」という解き方をマスターしましょう。

この問題のような、「表面積の差」を求める問題の場合は、

- ① まず全体の表面積を求めます。
- ② 次に、小さい方の立体の表面積を求めます。
- ③ 大きい方の立体の表面積は、①から②を引くことによって求められます。
- ④ ②で小さい方の立体の表面積、③で大きい方の立体の表面積を求めたので、③から②を引くことによって差を求めることができます。

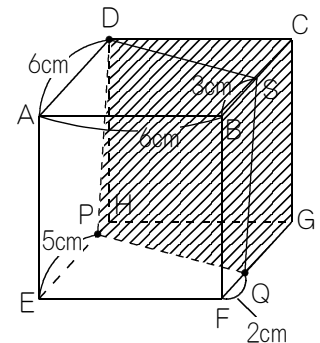
のように、「全小大差」という求め方で解きます。

ただし、①から④のどの表面積も、「切り口の面積」は無視してOKです。

① 全体の表面積は、1辺が6cmの立方体の表面積ですから、 $6 \times 6 \times 6 = 216 \text{ (cm}^2\text{)}$ です。

② 小さい方の立体は、右の図のしゃ線部分の立体です。

$$\begin{array}{cccccc}
 \underbrace{6 \times 6}_{\text{後ろ}} + \underbrace{6 \times 3 \div 2}_{\text{上}} + \underbrace{1 \times 6 \div 2}_{\text{左}} + \underbrace{(1+4) \times 6 \div 2}_{\text{下}} + \underbrace{(3+4) \times 6 \div 2}_{\text{右}} \\
 = 36 + 9 + 3 + 15 + 21 \\
 = 84 \text{ (cm}^2\text{)}
 \end{array}$$



③ 大きい方の立体は、①全体の表面積である 216 cm^2 から、
②小さい方の表面積である 84 cm^2 を引くと求められますから、
 $216 - 84 = 132 \text{ (cm}^2\text{)}$ です。

④ 小さい方の表面積は②で求めた 84 cm^2 で、大きい方の表面積は③で求めた 132 cm^2 ですから、表面積の差は、 $132 - 84 = 48 \text{ (cm}^2\text{)}$ です。

注意 本当は、小さい方の表面積は 84 cm^2 ではなくて、「 84 cm^2 + 切り口の面積」で、
大きい方の表面積は 132 cm^2 ではなくて、「 132 cm^2 + 切り口の面積」ですが、切り口の面積は共通なので、差は 132 cm^2 と 84 cm^2 の差で求めることができます。

練習 3

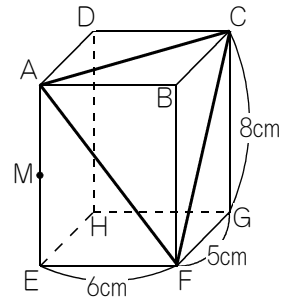
ワンポイント (1)だけだったら簡単な問題です。

(1) AからC, CからF, FからAまで線を引くことができます。

すると, Bをふくむ方の立体は, 三角すいです。

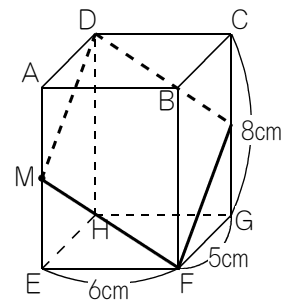
この三角すいの体積は, $6 \times 5 \div 2 \times 8 \times \frac{1}{3} = 40 \text{ (cm}^3\text{)}$ です。

全体の直方体の体積は, $5 \times 6 \times 8 = 240 \text{ (cm}^3\text{)}$ ですから,
残りの立体の体積は, $240 - 40 = 200 \text{ (cm}^3\text{)}$ です。

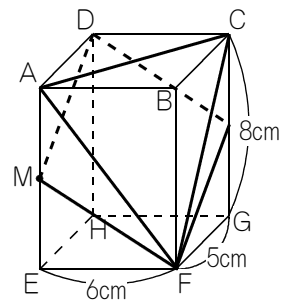


(2) D, M, Fを通る平面で切ると, 右の図のようになります。

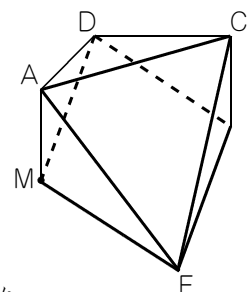
Hをふくむ立体とBをふくむ立体はまったく同じ立体ですから, 体積はそれぞれ全体の半分になり, $240 \div 2 = 120 \text{ (cm}^3\text{)}$ です。



(1)の切り口も重ねると右の図のようになります。



Bをふくむ立体とHをふくむ立体を取りのぞくと右の図のようになります。



① 頂点は, A, C, D, M, Fとあと1点ありますから,
全部で 6 個の頂点があります。

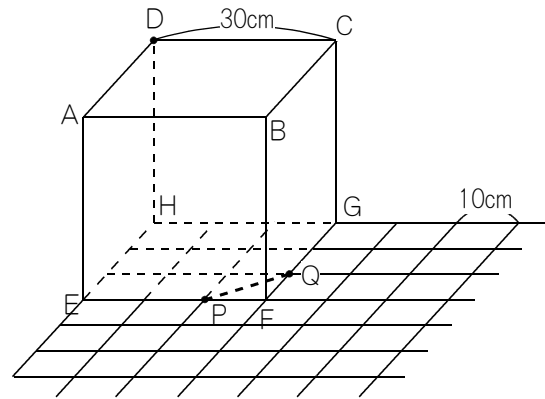
② (1)で, 直方体からBを取りのぞいた残りの体積は 200 cm^3 でした。

さらに, Hをふくむ立体の体積である 120 cm^3 を取りのぞくのですから, 残りの体積は, $200 - 120 = 80 \text{ (cm}^3\text{)}$ です。

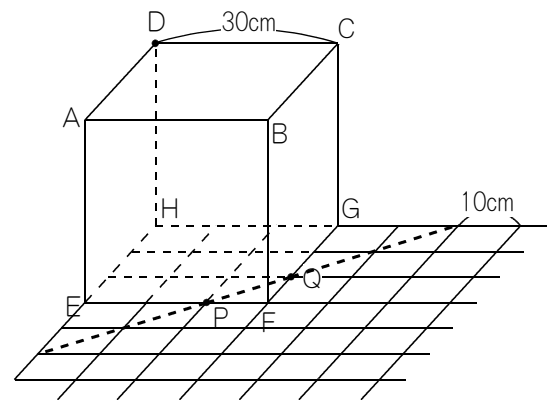
練習 4 (1)

ワンポイント ゆかやかべごと切るイメージで。

P から Q まで線を引くことはできますが、
P から D、Q から D まで線を引くことは、
立体の内部を通してしまうのでできません。

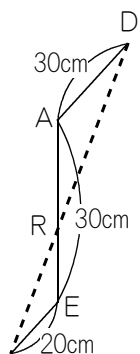
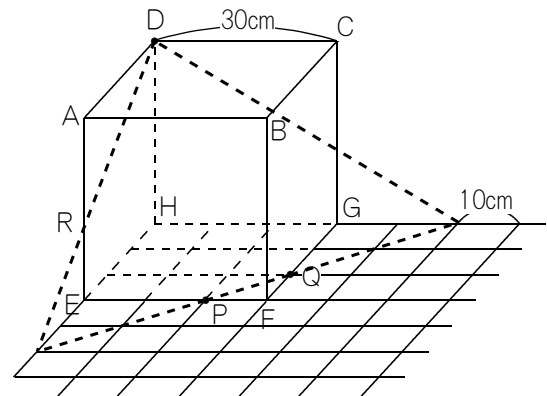


このような問題の場合は、P から Q までの
切断を、ゆかごと切るイメージでザクッ
と切断します。



D と、P Q を切断したときの両端の点を
結びます。

結んだ線と A E とが交わる点を R として、
A R の長さを求めるのが(1)の問題です。



の部分はクロス形をしてい
て、 $30 : 20 = 3 : 2$ ですから、
A R : R E も $3 : 2$ です。

よって A R の長さは、 $30 \div (3 + 2) \times 3 = 18$ (cm) です。

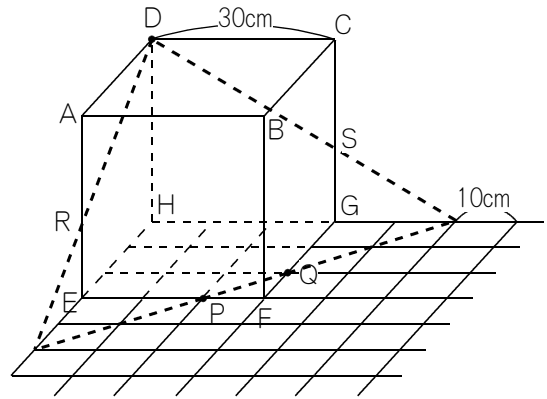
練習 4 (2)

ワンポイント (1)がわかれば(2)は簡単ですが，計算が複雑なのでミスしやすいです。

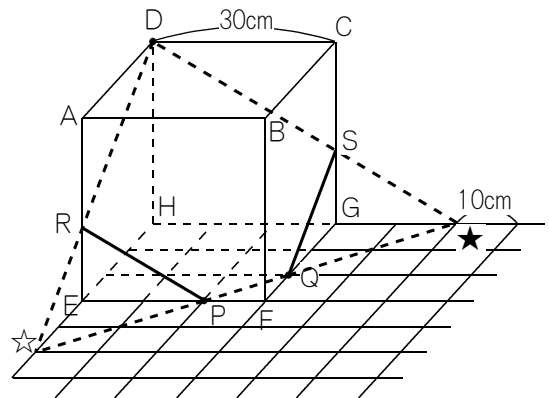
(1)で，右の図のARは18cmであることがわかりました。

よって，REは $30 - 18 = 12$ (cm)です。

同じようにして，SGも12cmです。



さらに右の図のようにRからP，SからQまで切り口の線を引くと，Hをふくむ方の立体の体積は，三角すい「D-H☆★」から，三角すい「R-E☆P」と，三角すい「S-GQ★」を引いた残りの体積を求めることになります。



三角すい「D-H☆★」の体積は， $50 \times 50 \div 2 \times 30 \times \frac{1}{3} = 12500$ (cm³)で，

三角すい「R-E☆P」の体積は， $20 \times 20 \div 2 \times 12 \times \frac{1}{3} = 800$ (cm³)で，

三角すい「S-GQ★」の体積も，800 cm³です。

よって，Hをふくむ立体の体積は， $12500 - (800 + 800) = 10900$ (cm³)です。