

シリーズ4年下第8回・くわしい解説

面積の公式

三角形	=	底辺 × 高さ ÷ 2
正方形	=	1辺 × 1辺 または, 対角線 × 対角線 ÷ 2
長方形	=	たて × 横
平行四辺形	=	底辺 × 高さ
台形	=	(上底 + 下底) × 高さ ÷ 2
ひし形	=	対角線 × 対角線 ÷ 2

N角形の内角の和	=	$180 \times (N - 2)$
〃 外角の和	=	360度
〃 対角線の本数	=	$(N - 3) \times N \div 2$

正三角形の半分の直角三角形に注意しましょう。

目 次

基本	1	…p.2
基本	2	…p.6
基本	3	…p.7
基本	4	…p.10

練習	1	…p.13
練習	2	…p.15
練習	3	…p.17
練習	4	…p.18
練習	5	…p.21

すぐる学習会

<http://www.suguru.jp>

基本 1 (1)

N 角形の対角線の本数は、 $(N - 3) \times N \div 2$ で求めることができます。

十二角形ならば $N = 12$ なので、 $(12 - 3) \times 12 \div 2 = 54$ (本) です。

基本 1 (2)

N 角形の内角の和は、 $180 \times (N - 2)$ で求めることができます。

問題の図は八角形ですから、 $N = 8$ なので、 $180 \times (8 - 2) = 1080$ (度) です。

基本 1 (3)

N 角形の内角の和は、 $180 \times (N - 2)$ で求めることができます。

十角形の内角の和は、 $N = 10$ なので、 $180 \times (10 - 2) = 1440$ (度) です。

正十角形には内角が10個あるので、1つの内角は、 $1440 \div 10 = 144$ (度) です。

(別解) 外角を利用する解き方もあります。

何角形であっても、外角の和は360度です。

正十角形の場合も、やはり外角の和は360度です。

1つの外角は、 $360 \div 10 = 36$ (度) です。

1つの内角と1つの外角の和は180度なので、1つの内角は、 $180 - 36 = 144$ (度) です。



基本 1 (4)

この問題は， N 角形の内角の和の公式である $180 \times (N - 2)$ を利用して解くのは，解きにくいです。

「何角形であっても，外角の和は 360 度」を利用して解いていきます。

1つの内角と1つの外角の和は 180 度なので，1つの内角が 140 度ならば，1つの外角は $180 - 140 = 40$ (度) です。



何角形であっても，外角の和は 360 度ですから，1つの外角が 40 度ならば，外角は全部で $360 \div 40 = 9$ (個) あります。

よって，この正多角形は正九角形になるので，頂点は **9** 個あります。

基本 1 (5)

右の図のアは、 $180 - (30 + 75) = 75$ (度)ですから、この三角形は二等辺三角形です。

よって、イの長さは10cmです。

底辺を10 cmにすると、高さは右の図の太線の長さになります。

高さが何cmであるかは書いてありませんが、 30° を利用して、高さを求めることができます。

右の図のしゃ線部分の三角形をぬき出すと、

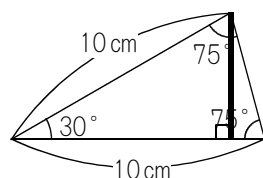
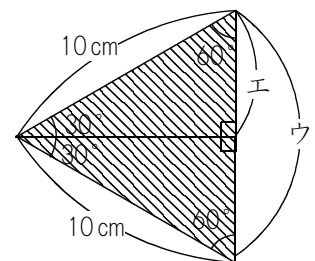
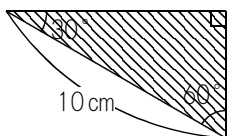
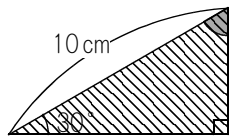
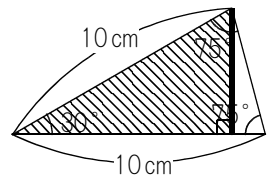
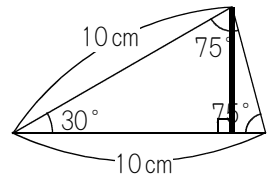
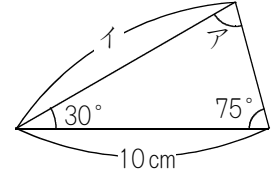
右の図のかげをつけた角度は、 $180 - (30 + 90) = 60$ (度)です。

同じ三角形(ひっくり返したもの)をもう1個用意してくっつけると、

正三角形になります。

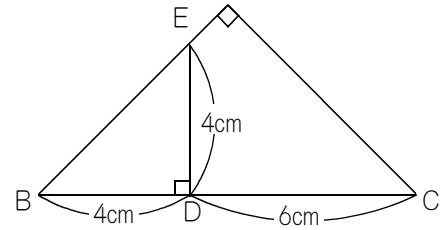
よってウも10 cmになり、エは、 $10 \div 2 = 5$ (cm)になります。

右の図の太線の長さが5 cmであることがわかりました。
この三角形の面積は、 $10 \times 5 \div 2 = 25$ (cm^2)です。

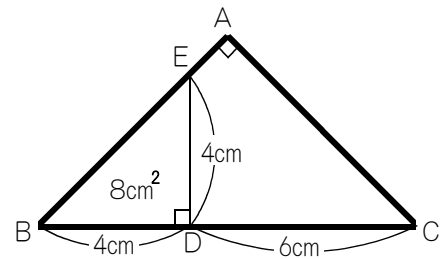


基本 1 (6)

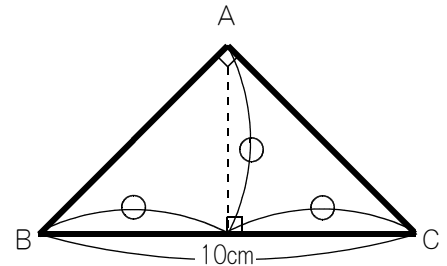
右の図の三角形BDEは直角二等辺三角形なので、DEも4cmです。
 よって、三角形BDEの底辺は4cm、高さも4cmです。
 面積は、 $4 \times 4 \div 2 = 8(\text{cm}^2)$ です。



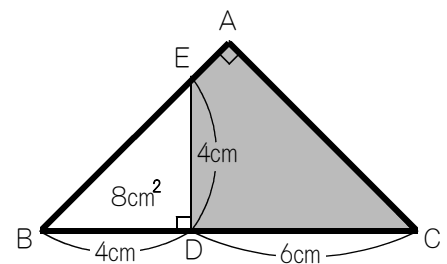
求めたいのは右の図の四角形AEDCの面積ですが、これは、
 三角形ABCの面積から、三角形BDEの面積である 8cm^2 を
 引いた残りになります。



三角形ABCは直角二等辺三角形です。
 底辺は、 $4 + 6 = 10(\text{cm})$ です。
 高さは、右図の○の長さがすべて等しいことから求められます。
 $10 \div 2 = 5(\text{cm})$ です。
 よって、三角形ABCの面積は、 $10 \times 5 \div 2 = 25(\text{cm}^2)$ です。



三角形ABCの面積は 25cm^2 、三角形BDEの面積は 8cm^2 です
 から、四角形AEDC(右図のかげをつけた部分)の面積は、
 $25 - 8 = 17(\text{cm}^2)$ になります。



基本 2

(1) 四角形の内角の和は360度です。

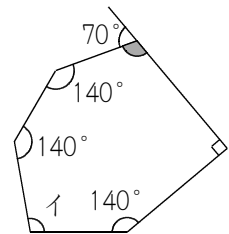
ア以外の角は、62度、70度、90度（直角）ですから、アの角度は、
 $360 - (62 + 70 + 90) = 138$ （度）です。

(2) N角形の内角の和は、 $180 \times (N - 2)$ で求めることができます。

右の図形は六角形ですから、Nを6にして、内角の和は、
 $180 \times (6 - 2) = 720$ （度）です。

かげをつけた角度は、 $180 - 70 = 110$ （度）です。

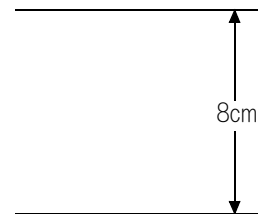
よってイの角度は、 $720 - (140 \times 3 + 110 + 90) = 100$ （度）です。



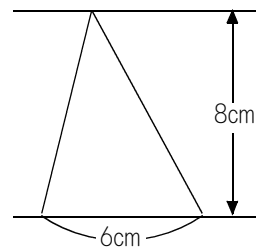
基本 3 (1)

「等積変形」の解き方を、しっかりマスターしましょう。

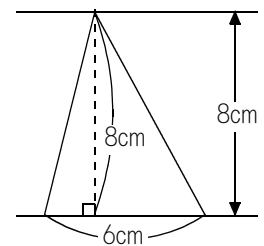
右図のように、2本の平行線があったとしましょう。
2本の平行線は、8cm離れていることにします。



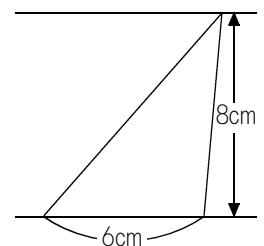
そこに、右図のように、底辺が6cmの三角形を書いたとします。



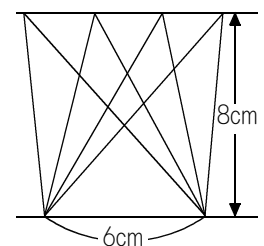
この三角形の高さは8cmですから、面積は、 $6 \times 8 \div 2 = 24(\text{cm}^2)$ です。



では、この三角形を、右図のように変形させたら、どうなるでしょう。
この三角形の場合も、底辺が6cm、高さは8cmですから、同じ面積になります。

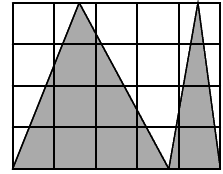


右図のように、三角形を変形させても、底辺も高さも変わらないので、面積も変わらないことになります。

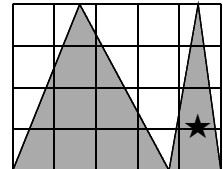


(次のページへ)

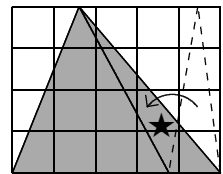
(1)の問題は、右図のかげの部分の面積を求める問題でした。
方眼の1目もりは1 cmです。



右図の★がついている三角形に注目しましょう。

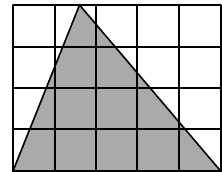


右図のように移動させても、面積は変わりません。



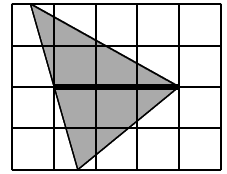
よって、右図の三角形の面積を求めればよいことになります。

三角形の底辺は5 cm, 高さは4 cmですから、面積は,
 $5 \times 4 \div 2 = 10$ (cm²)です。

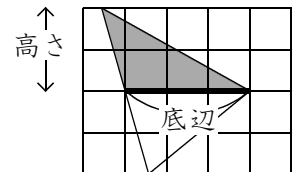


基本 3 (2)

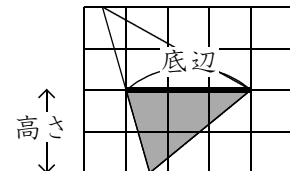
右の図の太線の長さはぴったり3 cmです。
この太線を利用して，問題を解いていきます。



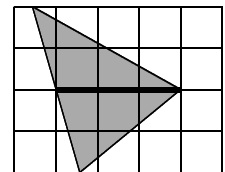
右の図のかげをつけた三角形は，底辺が3 cmで
高さは2 cmです。
面積は， $3 \times 2 \div 2 = 3$ (cm²) です。



右の図のかげをつけた三角形も，底辺が3 cmで
高さは2 cmです。
よって面積は同じなので，3 cm² です。



よって右の図のかげをつけた三角形の面積は，
 $3 \times 2 = 6$ (cm²) です。

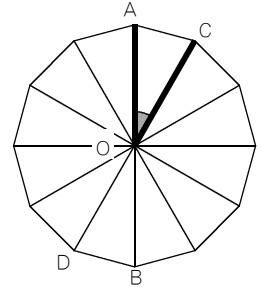


基本 4 (1)

角 AOC というのは、右の図の太線のように、 $A \rightarrow O \rightarrow C$ と
なぞっていったときにできる、かげをつけた角のことです。

角 A ，角 O ，角 C をそれぞれ求めるという問題ではないので
注意しましょう。

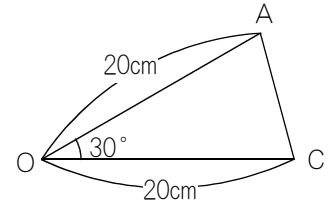
かげをつけた角は、 360 度を 12 等分していますから、
 $360 \div 12 = 30$ （度）です。



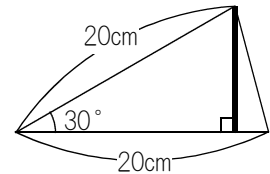
基本 4 (2)

点A, B, C, Dを通るような円をかいたとき, 点Oは円の中心になり, ABは直径になります。
直径が40 cmなので, 半径は $40 \div 2 = 20$ (cm)です。

よってOA, OCの長さは20 cmです。

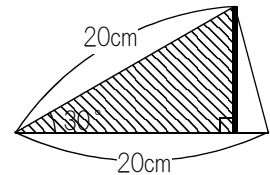


底辺を20 cmにすると, 高さは右の図の太線の長さになります。

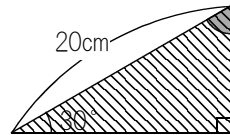


高さが何cmであるかは書いてありませんが, 30° を利用して, 高さを求めることができます。

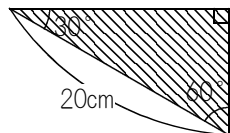
右の図のしゃ線部分の三角形をぬき出すと,



右の図のかげをつけた角度は, $180 - (30 + 90) = 60$ (度)です。

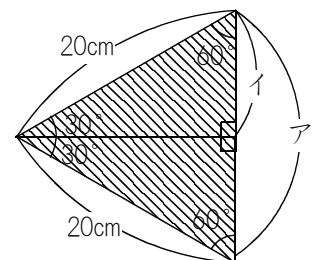


同じ三角形(ひっくり返したもの)をもう1個用意してくっつけると,

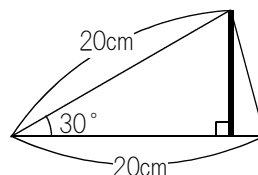


正三角形になります。

よってアも20 cmになり, イは, $20 \div 2 = 10$ (cm)になります。



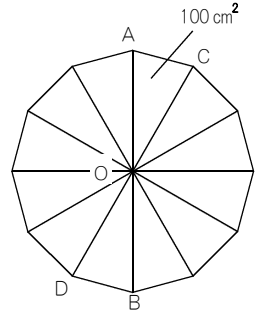
右の図の太線の長さが10 cmであることがわかりました。
この三角形の面積は, $20 \times 10 \div 2 = 100$ (cm²)です。



基本 4 (3)

(2)で, 三角形AOCの面積は 100 cm^2 であることがわかりました。

正十二角形の面積は, 三角形AOCの面積の12個ぶんなので,
 $100 \times 12 = 1200\text{ (cm}^2\text{)}$ です。



練習 1 (1)

右の図の角ウは、正六角形の1つの角です。

正N角形の内角の和は、 $180 \times (N - 2)$ で求められます。

正六角形の内角の和は、 $180 \times (6 - 2) = 720$ (度) ですから、正六角形の1つの角は、 $720 \div 6 = 120$ (度) です。

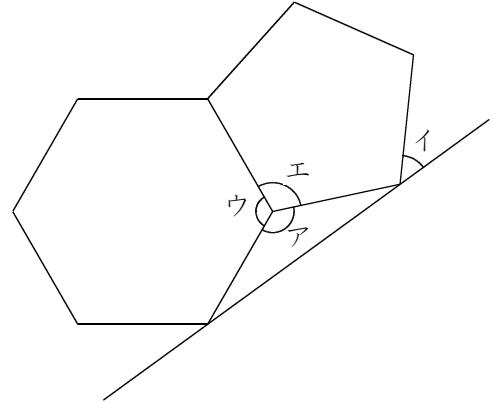
よって、角ウは120度です。

また、角エは、正五角形の1つの角です。

正五角形の内角の和は、 $180 \times (5 - 2) = 540$ (度) ですから、正五角形の1つの角は、 $540 \div 5 = 108$ (度) です。

よって、角エは108度です。

したがって、角アは $360 - (\text{ウ} + \text{エ}) = 360 - (120 + 108) = 132$ (度) です。



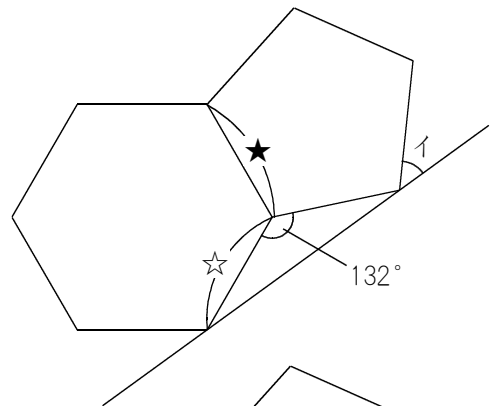
※ 正三角形, 正方形, 正五角形, 正六角形, 正八角形の1つの角度を, おぼえておくと, 役に立ちます。

正三角形	...	60°
正方形	...	90°
正五角形	...	108°
正六角形	...	120°
正八角形	...	135°

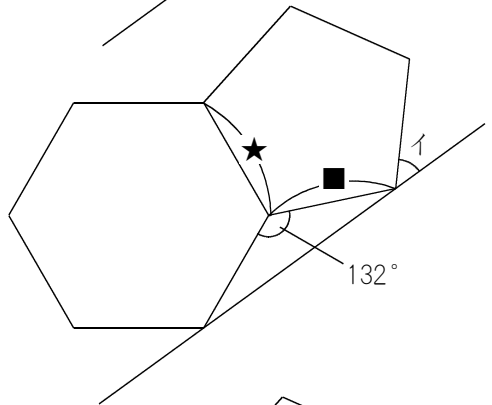
練習 1 (2)

二等辺三角形を見つけるのが、この問題を解くポイントです。

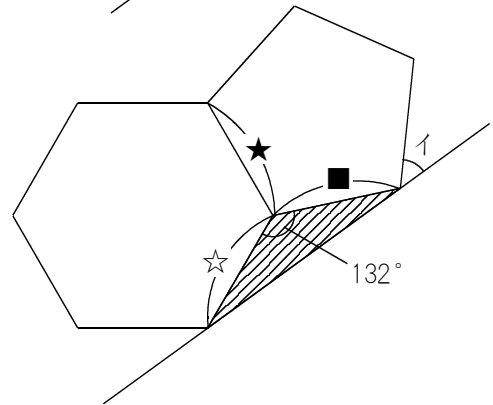
右の図の★と☆は、正六角形の辺なので同じ長さです。



右の図の★と■も、正五角形の辺なので同じ長さです。

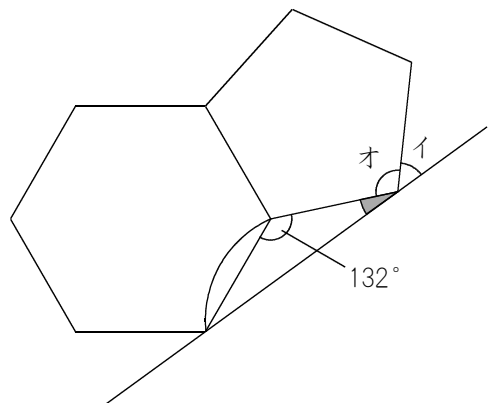


よって、右の図の☆と■は同じ長さになるので、
しゃ線をつけた三角形は二等辺三角形です。



右の図のかげをつけた角度は、 $(180 - 132) \div 2 = 24$ (度)です。

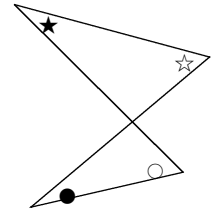
角オは、正五角形の1つ角なので、(1)で求めた通り、
108度です。



よって角イは、 $180 - (24 + 108) = 48$ (度)です。

練習 2 (1)

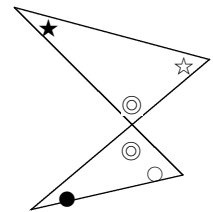
このような問題を解く最大のポイントは、右図において、
★と☆の角度の和と、●と○の角度の和が等しいことです。



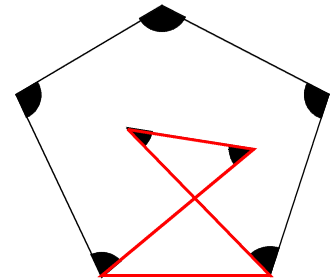
等しい理由は次の通りです。

右図で、★☆◎は180度で、●○○◎も180度です。

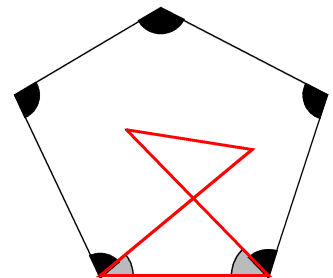
よって、★☆◎と●○○◎は等しく、◎は共通なので、★☆と●○が等しいことになります。



この問題の場合も、右図の赤い線のように補助線を引き、



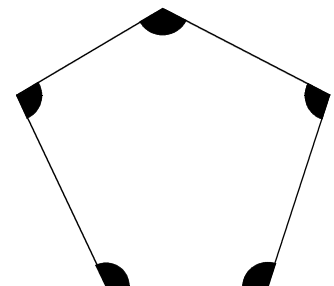
右図のかげをつけた部分のように移動させます。



すると、右図の黒い部分の角の大きさの和を求めればよいことになります。

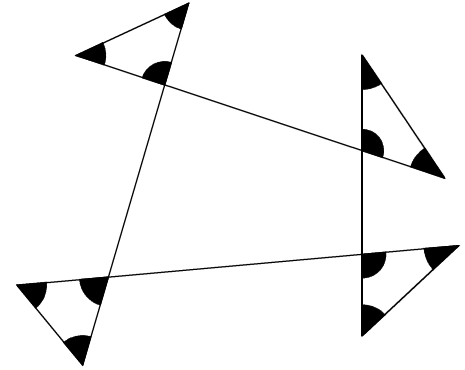
五角形の内角の和を求めることになりますから、N角形の内角の和の公式である、 $180 \times (N - 2)$ を利用して、

$180 \times (5 - 2) = 540$ (度) となります。

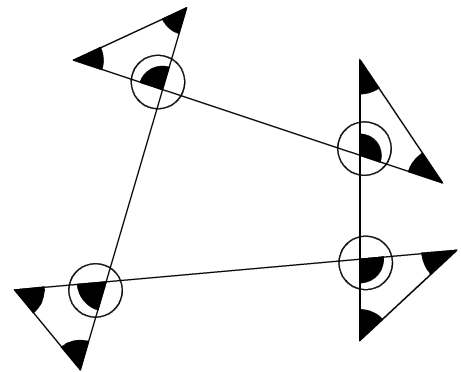


練習 2 (2)

もし、右の図の黒い角度の和を求める問題ならば、
三角形が4個ぶんなので、 $180 \times 4 = 720$ (度)です。



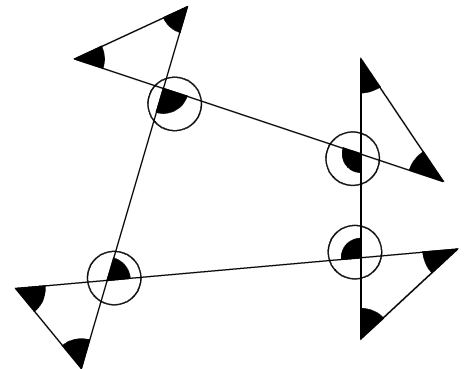
しかし、右の図のマルをつけた角は、実際には黒くないので、そのぶんを引けば答えになります。



マルをつけた角は、右の図のように変えることができます。(対頂角でしたね。)

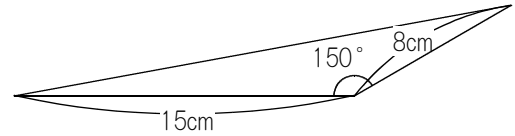
すると、マルをつけた角の和は、四角形の内角の和になりますから、360度です。

720度のうち、360度をとりのぞくのですから、
答えは $720 - 360 = 360$ (度)です。



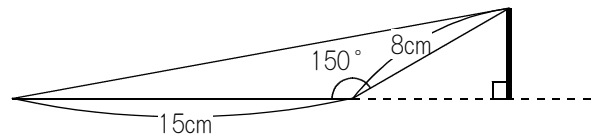
練習 3

三角形をひっくり返して、底辺を15 cmにします。

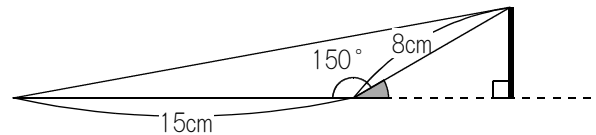


右の図の太線の長さが高さにあたります。

高さがわかれば、三角形の面積を求めることができます。

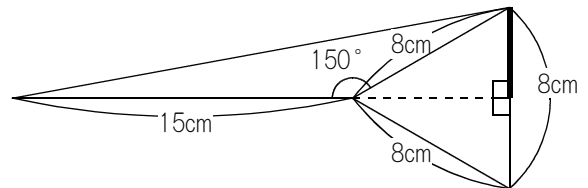


右の図のかげをつけた角度は、 $180 - 150 = 30$ (度) です。

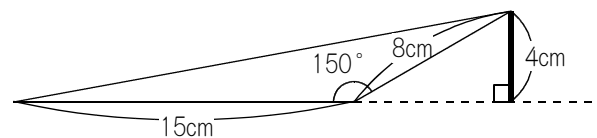


右の図のように、同じ三角形をもう1 つくっつけると、正三角形ができます。

よって太線の長さは、 $8 \div 2 = 4$ (cm) です。

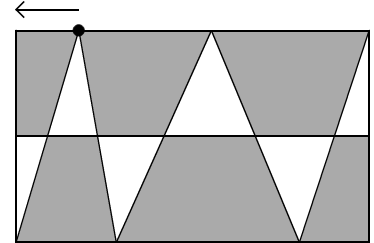


三角形の面積は、 $15 \times 4 \div 2 = 30$ (cm²) になります。

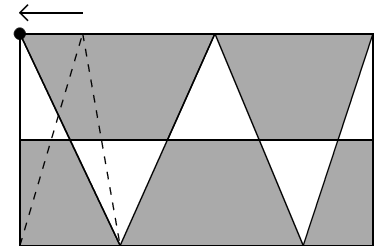


練習 4 (1)

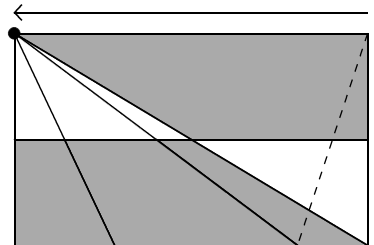
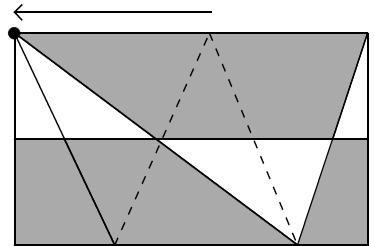
三角形の頂点を底辺と平行に動かしても、面積は変わりませんから、



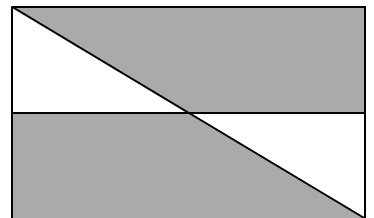
右の図のようにしても、かげをつけた面積は同じです。



他の三角形の頂点も、同じように動かします。

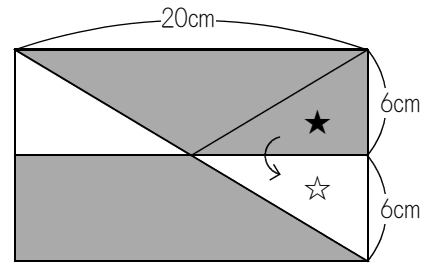


右の図のようになりました。



(次のページへ)

右の図の★と☆は同じ面積です。かげの部分★から☆に移すと、

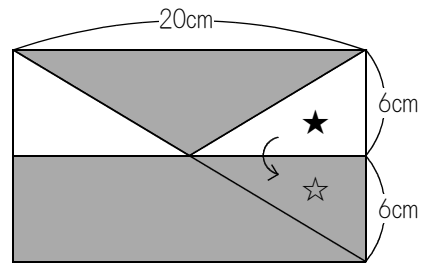


右の図のようになります。

かげをつけた上の部分は三角形です。
面積は、 $20 \times 6 \div 2 = 60 (\text{cm}^2)$ です。

下の部分は長方形で、面積は $6 \times 20 = 120 (\text{cm}^2)$ です。

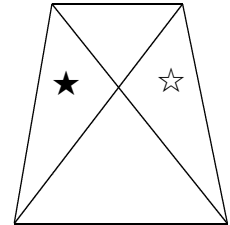
合わせて、 $60 + 120 = 180 (\text{cm}^2)$ です。



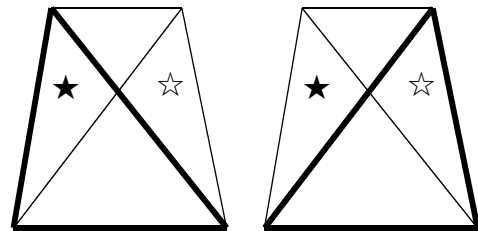
練習 4 (2)

台形は、右の図の★と☆の三角形の面積が等しいことをおぼえておきましょう。

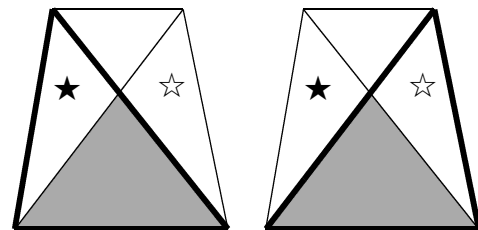
面積が等しくなる理由は、次の通りです。



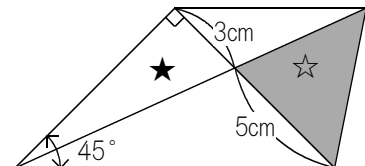
右の図の太線でかこまれた2つの三角形は、同じ面積です。なぜなら、底辺が等しいし、高さも等しいからです。



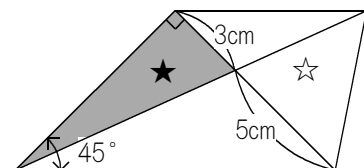
面積が等しい2つの三角形から、かげをつけた三角形を引いたのが、★と☆ですから、面積が等しいのです。



この問題の場合も台形ですから、★と☆は同じ面積です。

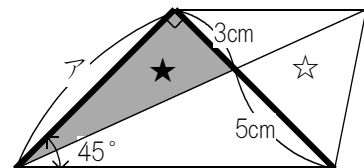


よって、右の図の★の部分の面積を答えてもOKです。



右の図の太線をつけた三角形は、2つの角が直角と45度ですから、直角二等辺三角形です。

よってアの長さは、 $3+5=8$ (cm)です。



かげをつけた三角形は、底辺が8 cm、高さが3 cmですから、面積は $8 \times 3 \div 2 = 12$ (cm²)です。

練習 5 (1)

このような問題には、特別の解き方があります。その解き方をマスターしましょう。
解くときの土台になるのは、

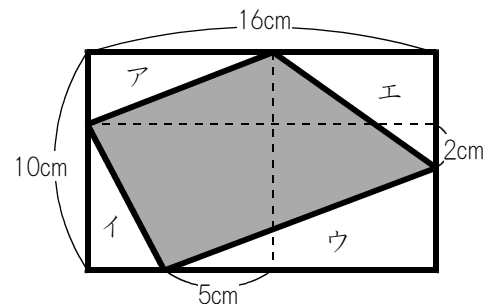
長方形に対角線を1本引くと、2つの同じ面積の三角形に分かれる。 です。

つまり、 に  という対角線を引くと、 と  は同じ面積になる、ということです。

逆に、たとえば  という直角三角形があったら、同じ直角三角形をくっつけて  という長方形を作ることができます。

この問題の場合も、そのようにして長方形を作っていきます。

右の図のア～エの直角三角形を利用して長方形を作っていくと、



右の図のようになります。

全体の長方形の面積は $10 \times 16 = 160 \text{ (cm}^2\text{)}$ ですが、「アアイウウエエ」が 160 cm^2 になるわけではありません。

なぜなら、まん中あたりにもう1つ、小さな長方形があるからです。

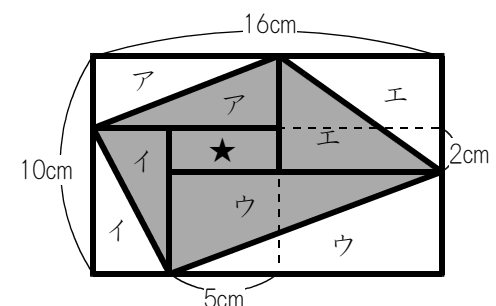
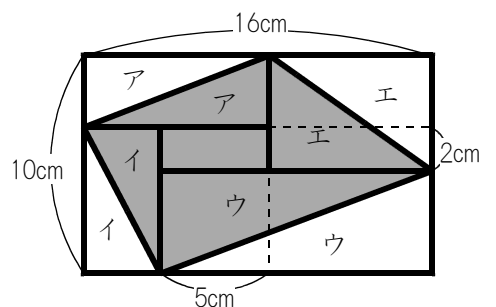
その長方形を★とすると、★のたては 2 cm 、横は 5 cm です。

★の面積は、 $2 \times 5 = 10 \text{ (cm}^2\text{)}$ です。

よって、「アアイウウエエ」+ $10 \text{ cm}^2 = 160 \text{ cm}^2$ ですから、「アアイウウエエ」= $160 - 10 = 150 \text{ (cm}^2\text{)}$ です。

「アアイウウエエ」が 150 cm^2 なら、「アイウエ」= $150 \div 2 = 75 \text{ (cm}^2\text{)}$ です。

かげをつけた部分の面積は、「アイウエ + ★」ですから、 $75 + 10 = 85 \text{ (cm}^2\text{)}$ です。



練習 5 (2)

わかっていることを書きこむと、右の図のようになります。

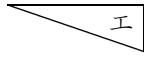
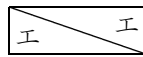
★の長さは、 $10 - 6 = 4$ (cm) です。

アとエの面積はわかりませんが、
 イの面積は $10 \times (10 - 7) \div 2 = 15$ (cm²)、
 ウの面積は $(16 - 10) \times 6 \div 2 = 18$ (cm²) です。

長方形全体の面積は、 $10 \times 16 = 160$ (cm²) です。

よって、(ア+エ)の面積は、長方形全体 - (イ+ウ+かげ) = $160 - (15 + 18 + 89) = 38$ (cm²) です。

つまり、右の図の(ア+エ)の面積が、 38 cm²であることがわかりました。

ところで、 を  とし、 を  と

すると右の図のようになり、アアエエになるので面積は、 $38 \times 2 = 76$ (cm²) です。

この図、見おぼえないですか？

右の図のようにしたら、見おぼえがありますか？

前に「つるかめ算」をマスターしたとき、面積図を書きましたよね？その図と同じです。

点線部分の長方形の面積は、 $7 \times 16 - 76 = 36$ (cm²)です。
 点線部分のたては、 $7 - 4 = 3$ (cm)ですから、横(この部分を求める問題でした)は、 $36 \div 3 = 12$ (cm)です。

